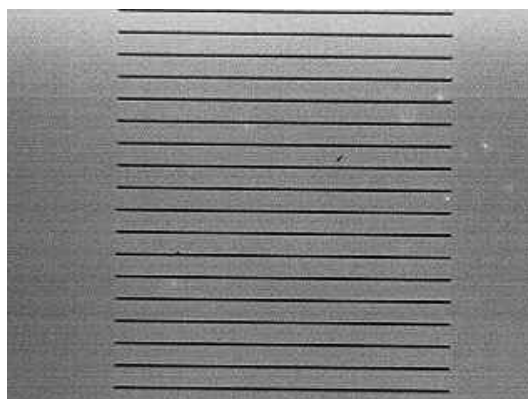
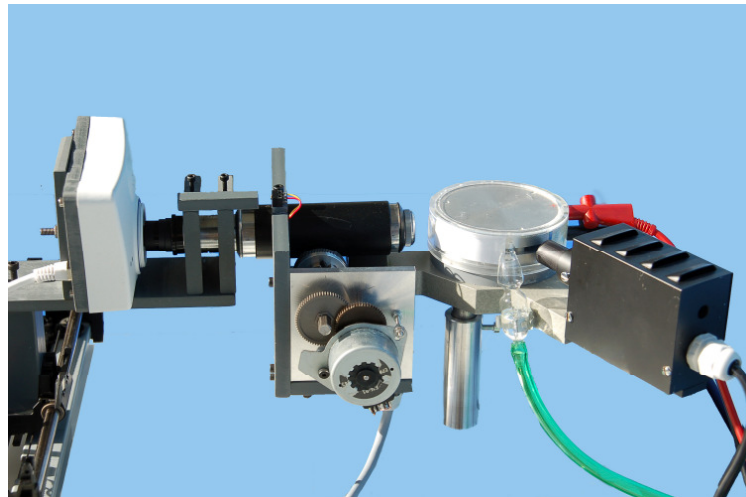


Aufgabensammlung
zum
RCL "Millikan-Versuch"



Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 0. Didaktische Tipps zu den Aufgaben | 3 |
| I. Aufgaben zu den Grundlagen | 6 |
| 1. Stokessche Reibungskraft | 6 |
| 2. Gequantelte Größen | 6 |
| 3. Vorarbeiten zum Millikan-Versuch | 6 |
| 4. Berechnung von Größen im Millikan-Versuch | 7 |
| 5. Modellexperiment zum Millikan-Versuch | 7 |
| 6. Versuchsvarianten des Millikan-Versuchs | 7 |
| 7. Öltröpfchensuche | 9 |
| 8. Beschleunigung der Öltröpfchen | 9 |
| 9. Cunningham-Korrektur | 9 |
| 10. R. A. Millikan | 10 |
| II. Aufgaben zum Versuchsaufbau | 11 |
| 1. Versuchsaufbau des RCLs "Millikan-Versuch" | 11 |
| 2. Beobachtung der Öltröpfchen mit Mikroskop und WebCam | 11 |
| 3. Erzeugung der Öltröpfchen | 12 |
| 4. Erzeugung und Steuerung des E-Feldes im Kondensator | 12 |
| 5. Millikans Versuchsaufbau | 13 |
| III. Aufgaben zur Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung | 15 |
| 1. Versuchsdurchführung | 15 |
| 2. Versuchsauswertung | 15 |
| IV. Lösungen zu I. | 17 |
| V. Lösungen zu II. | 24 |
| VI. Lösungen zu III. | 28 |
| VII. Literatur | 29 |

0. Didaktische Tipps zu den Aufgaben

Die Aufgaben umfassen ein breites Anforderungsspektrum. Daher sind im Folgenden die Aufgaben durch eine der drei Angaben gekennzeichnet:

- S: Schüler können die Aufgabe eigenständig z. B. als Hausaufgabe oder im Unterricht lösen.
- S/L: Aufgabe wird z. B. gemeinsam mit den Schülern an der Tafel oder mit Unterstützung des Lehrers in Kleingruppen gelöst.
- L: Aufgabe muss vom Lehrer z. B. vorgerechnet oder die Inhalte in einem Lehrervortrag vermittelt werden.

Es kann sich hierbei natürlich nur um Empfehlungen handeln, weil die Anforderungen einer Aufgabe von den bereits vermittelten Fachkenntnissen und Fachmethoden, dem Kurs und den Zielen der Lehrkraft abhängig sind. Die Tipps sind von ihrem Umfang und der Art sehr unterschiedlich. Zu einigen Aufgaben wird angegeben wie die Aufgabeninhalte im Unterricht vermittelt werden können.

| Nr. | S/L | Tipps |
|---------------|-----|---|
| I. Grundlagen | | |
| 1a | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Video kann dem Kurs mit Mediaplayer über Beamer präsentiert und Zeit mit Armbanduhr/Handy der Schüler gemessen und gemittelt werden. Eine sehr genaue Bestimmung der Endgeschwindigkeit ist durch Aufnahme von $s(t)$ mit einem Videoanalyseprogramm möglich. ▪ Live-Durchführung des Experiments ist mit den aus dem Video ersichtlichen Versuchsmaterialien möglich (falls Zähigkeit des Öls bekannt ist oder diese zuvor bestimmt wurde). ▪ Qualitative Kinematikgraphen $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ in ein Koordinatensystem von den Schülern nach Abspielen des Videos zeichnen lassen. ▪ Schüler beachten Auftriebskraft häufig nicht, weil diese für sie nur für $v = 0$ (wie im Mittelstufenunterricht vermittelt) existiert: Wenn Auftriebskraft von den Schülern nicht berücksichtigt wird, dann b) durchführen. Die Differenz zwischen v_{theo} und v_{exp} führt dann zur Frage, ob die Abweichung durch Messfehler erklärt werden kann oder nicht. |
| 1b | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Weg mit den Schülern an der Tafel erarbeiten. ▪ Zeit geben, um zu überlegen, wie Frage beantwortet werden kann. Eventuell kurz in Gruppen darüber diskutieren lassen. ▪ Zur Herleitung der Formel klären, welche Größen gegeben sein müssen und welche zu messen sind. |
| 1c | S/L | |
| 1d | L | |
| 2a-d | S | |
| 3a | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Bietet sich als Möglichkeit zur Recherche im Internet, im Physikschulbuch und der Schulbibliothek an. |
| 3b | S/L | |
| 4a | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Gemeinsames Rechenbeispiel zur Auswertung der Daten eines Öltröpfchens nach Theorie und beispielhafter Messung mit RCL. |
| 5a-b | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Klausuraufgabe zum analogen Übertragen zwischen zwei Experimenten. |
| 6a-f | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ist eine Vertiefung zur Theorie des Millikanversuchs: Flexibilisierung der Messmethode von Millikan, Übung zur Lösung eines Gleichungssystems mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten im Physikunterricht. ▪ Bei den Versuchsvarianten 6 und 7 Schüler auf Additionsverfahren hinweisen oder an dieses Verfahren bei der Rechnungen zum elastischen Stoß erinnern. ▪ Offenerere Methode: Nach der Klärung der Messmethode und möglicher Versuchteile, |

| | | |
|---------------------------|-----|--|
| | | wird eine Versuchsvariante mit Schweben und eine ohne Schweben gemeinsam gerechnet. Danach freies Rechnen in Gruppen, in denen die Schüler ihre Ergebnisse gegenseitig kontrollieren können). |
| 6g | S/L | |
| 6h | L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Erfahrungsgrundlage: Schüler beim Messen auffordern, bei einem schwebenden Tröpfchen die Spannung zu variieren. ▪ Brownsche Molekularbewegung mit Video- und Bildmaterial veranschaulichen. |
| 7a | L/S | |
| 7b | L/S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Wenn die Schüler genügend Einzelmessungen durchgeführt haben, die Schüler den Zusammenhang $r(Q)$, $v_F(Q)$ und $v_s(Q)$ z. B. mit Excel untersuchen lassen. |
| 7c | S | |
| 8a | S | |
| 8b | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Abschätzen fällt Schülern schwer. Lehrer sollte an die Berechnung von Beschleunigungszeiten in der Mechanik erinnern und unter welchen Voraussetzungen Dynamikaufgaben gerechnet wurden. |
| 8c | L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Nur sinnvoll, wenn bereits bei den Schwingungen die Schwingungs-Differentialgleichung durch sinnvolles Raten gelöst wurde und Schüler e-Funktion und Kettenregel in Mathematik hatten. |
| 8d | S | |
| 9a | L | |
| 9b | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Funktion mit Schülern qualitativ diskutieren, z. B. Steigungsverhalten, $r \rightarrow 0$ und $r \rightarrow \infty$. |
| 9c | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Schüler sollten Funktionen mit einem Programm darstellen können. |
| 10a | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Eignet sich zur Einführung in eine Internetrecherche mit nicht unmittelbar physikalischen Inhalten. |
| II. Versuchsaufbau | | |
| 1a | S | |
| 2a | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Es können zwei Demonstrationsversuche durchgeführt werden: Eine Glasperle oder etwas Vergleichbares wird mit Licht in Richtung der Schüler durchleuchtet (Hellfeldbeleuchtung) oder seitlich vor einem schwarzen Hintergrund beleuchtet (Dunkelfeldbeleuchtung). |
| 2b | L | |
| 2c | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Man kann den Millikan-Versuch nutzen, um das Funktionsprinzip eines Mikroskops zu wiederholen. Mit einem Overheadprojektor und einer Lupe soll ein Mikroskop gebaut werden (Modellexperiment). ▪ Beim Teleobjektiv kann man mit den Schülern diskutieren wie man mit einer Linse möglichst große Bilder erhält (Erkenntnis, dass dies nur mit großen Brennweiten machbar ist). Das Funktionsprinzip heutiger Teleobjektive mit mindestens zwei Linsen muss durch den Lehrer mitgeteilt werden. |
| 2d | S/L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Einstieg wie in 2c. Ziel ist die Entwicklung des Messverfahrens zur Längenmessung mit Okularmikrometer. Man stellt die Aufgabe z. B. den Abstand eines Doppelspalts (ca. 0,3 mm) auf einem Glasträger möglichst genau zu messen: <ul style="list-style-type: none"> - Glasträger auf OHP legen, Vergrößerungsfaktor über Kantenlänge des Glasträgers genau bestimmen, Doppelspaltabstand im Bild messen und Abstand bestimmen. Hat den Nachteil, dass Abstand nicht direkt abgelesen werden kann. - Lösung: Es wird ein Maßstab mit möglichst feiner Einteilung zum Doppelspalt hinzugelegt (Objektivmikrometer). Hat den Nachteil, dass dies z. B. beim Millikanversuch nicht geht. - Lösung: Der Maßstab wird an die Stelle des Zwischenbildes gebracht (Okularmikrometer), Problematik der Eichung. |
| 2e | L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Information durch den Lehrer, da Wärmeübertragung nicht unterrichtet wird. |

| | | |
|---|---|---|
| 2f | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabe für Schüler, die an Videotechnik interessiert sind. Webseite mit Rechnung zur Datenrate angeben. |
| 3a-d | L | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Einsetzen, wenn Schülerinteresse vorhanden, da Fragestellung außerhalb des Schulphysikkanons liegt. ▪ Zur Demonstration einen Wasserzerstäuber für Pflanzen einsetzen und zerlegen. |
| 4a | S | |
| 4b | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Nur wenn Auf- und Entladen eines Kondensators behandelt wurde. |
| 4c | S | |
| 5a | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Nach Durchführung des Millikan-Versuchs als Vertiefung zum Versuchsaufbau einsetzbar. ▪ Eventuell Tipp geben, dass 1/11/12 nicht das Teleskop ist und Millikan die Ladung von Öltröpfchen durch Röntgenstrahlung verändert hat. |
| 5b | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Schüler die historische Schaltung erst in eine moderne Schaltung umsetzen lassen. ▪ Alternative: Funktionen vorgeben und Schüler Schaltung nacherfinden lassen. Falls Zeit und Material vorhanden ist die Schaltung aufbauen lassen. |
| III. Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung | | |
| 1a-d | S | |
| 2a | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Punktdiagramm und Histogramm mit gleichen Daten einsetzen. |
| 2b | S | |
| 2c | S | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Datenblätter von Leybold zur Verfügung stellen. |

I. Aufgaben zu den Grundlagen

1. Stokessche Reibungskraft

Das Video zeigt eine in Sonnenblumenöl (Dichte $\rho_{\text{Öl}} = 0,922 \text{ g/cm}^3$, Zähigkeit $\eta = 0,09 \text{ Ns/m}^2$) fallende Glaskugel ($\rho_{\text{Glas}} = 2,23 \text{ g/cm}^3$, $r = 2 \text{ mm}$):

- Zeichne ein qualitativ richtiges Stroboskopbild der Glaskugelbewegung und trage die an der Glaskugel angreifenden Kräfte ein: Welche Kräfte sind während der gesamten Bewegung ab dem Loslassen konstant, welche veränderlich? Erkläre, warum die Glaskugel sich kurze Zeit nach dem Loslassen mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.
- Zeige, dass die Bewegung der Glaskugel unter dem Einfluß der Stokesschen Reibungskraft $F_R = 6\pi\eta r v$ erfolgt, und berechne die wirkenden Kräfte.
- Wie müsste der Versuch modifiziert werden, um $F_R \sim v$ zu zeigen?
- Wie müsste der Versuch modifiziert werden, um $F_R \sim r$ zu zeigen?

2. Gequantelte Größen

Kennzeichen einer gequantelten Größe ist, dass diese nicht mehr alle denkbaren Werte annimmt, sondern nur noch einzelne, ganz bestimmte, diskrete Werte. Drei Beispiele aus Alltag, Technik und der Mathematik sind eine Treppe (Stufenbreite 20 cm, Stufenhöhe 10 cm), ein Getränkeautomat (Cola 1 €, Wasser 0,8 €, Spezi 1,3 €) und die Zahlenfolge $f(n) = 1/n$ ($n \in \mathbb{N}$):



- Gib jeweils an, welche Größe in den genannten Beispielen gequantelt ist und stelle die Werte der Größe auf einem Zahlenstrahl dar.
- Wie unterscheidet sich die Quantelung bei der Treppe von den anderen Beispielen?
- Wie läßt sich beim Treppenbeispiel die Quantelung aufheben?
- Nenne analog zu den drei Beispielen im einleitenden Text jeweils ein Beispiel für nicht gequantelte Größen aus Alltag, Technik und der Mathematik.

3. Vorarbeiten zum Millikan-Versuch

Der Millikan-Versuch baut auf den Vorarbeiten mehrere Physiker seit ca. 1750 auf:

Jahr: 1903, 1881, 1909 - 1913, 1897, 1747, 1897, 1833.

Physiker: H. A. Wilson, J. J. Thomson, B. Franklin, M. Faraday, R. A. Millikan, G. J. Stoney, J. S. E. Townsend.

Arbeit: Verbesserte e-Bestimmung mit Wassertropfen, Elektrolysegesetze, Bestimmung der spezifischen Ladung e/m_e , e-Bestimmung mit Öltröpfchen,

Hypothese zum atomaren Charakter der Elektrizität, e-Bestimmung mit Wassertropfen, Elektrizitätsteilchen erhalten den Namen "Elektron".

- a) Stelle zeitlich geordnet diese Angaben in einer Tabelle zusammen.
- b) Führe eine der Vorarbeiten physikalisch genauer aus.

4. Berechnung von Größen im Millikan-Versuch

Die Messungen mit einem Öltröpfchen ($\rho_{\text{Öl}} = 1,03 \text{ g/cm}^3$) beim Fallen und Steigen im Okularbild des Mikroskops ergaben für Plattenabstand $d = 6 \text{ mm}$, Viskosität $\eta_L = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ und 1 Skt. $= 12 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ im Okularmikrometer die Steigspannung $U_S = 600 \text{ V}$ sowie die Steigzeit $t_S = 17,4 \text{ s}$ und die Fallzeit $t_F = 6,8 \text{ s}$ für 5 Skt.:

- a) Berechne die Werte der im Millikan-Versuch auftretenden Größen nach der im RCL verwendeten Versuchsvariante.

5. Modellexperiment zum Millikan-Versuch

Drei der Bestandteile eines Modellexperiments zum Millikan-Versuch sind Öl, Kugeln und Massestücke:

- a) Skizziere einen möglichen Versuchsaufbau des Modellexperiments.
- b) Stelle in einer Tabelle Analogien und wesentliche Unterschiede zwischen dem Millikan-Versuch und dem Modellexperiment zusammen.

6. Versuchsvarianten des Millikan-Versuchs

In der ersten Spalte der folgenden Tabelle sind nicht alle Kraftansätze und Gleichungen für eine Öltröpfchenladung $Q < 0$ der Versuchsvarianten des Millikan-Versuchs angegeben. Auftriebskraft und Cunningham-Korrektur sind nicht berücksichtigt. Folgende Bezeichnungen werden verwendet:

Steigspannung U_S , Fallspannung U_F , Schwebespannung U_{Sch} , Gewichtskraft F_G , Stokessche Reibungskraft F_R , elektrische Kraft F_E (\downarrow nach unten), Fallgeschwindigkeit v_F , Steiggeschwindigkeit v_S , Öltröpfchenradius r , Öldichte $\rho_{\text{Öl}}$, Luftviskosität η_L , Plattenabstand d .

Das weitere Ausfüllen der Tabelle durch Ankreuzen ist aufgrund der angegebenen Spannungsbedingungen nur in eindeutiger Weise möglich:

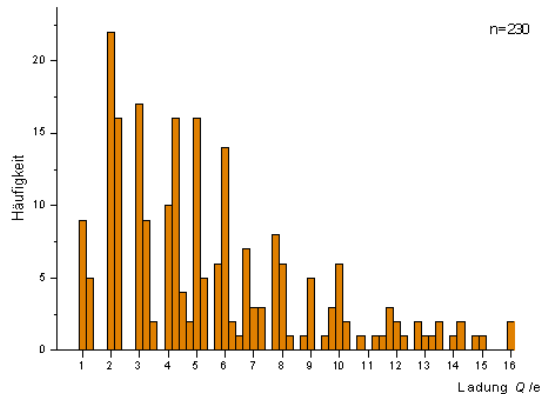
| Bewegungszustand und Gleichung | Versuchsvariante mit angekreuzten Versuchsteilen | | | | | | |
|---|--|--|--|---|---|--|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Schweben ($F_G = F_E$) | X | X | X | X | - | - | - |
| Steigen mit E-Feld ($F_G = F_E - F_R$) $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = Q \frac{U_s}{d} - 6\pi \eta_L r v_s$ | | | | | | | |
| Fallen ohne E-Feld () | | | | | | | |
| Fallen mit E-Feld ($F_G = F_R - F_E \downarrow$) | | | | | | | |
| Fallen mit E-Feld () $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = 6\pi \eta_L r v_f + Q \frac{U_f}{d}$ | | | | | | | |
| Spannungsbedingung | $U_s > U_{\text{Sch}}$ | - | - | $U_{\text{Sch}} > U_f$ | - | $U_s = U_f = U$ | $U_s > U_f$ |
| Formel zur Ladungsbestimmung | | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L v_f}{2\rho_{\text{Öl}} g U_{\text{Sch}}^2}} V_f$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^2 U_{\text{Sch}}^2 V_f}{\rho_{\text{Öl}} g (U_{\text{Sch}} + U_f)^3}} V_f$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 U_{\text{Sch}}^3 V_f}{2\rho_{\text{Öl}} g (U_{\text{Sch}} - U_f)^3}} V_f$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 V_f}{2\rho_{\text{Öl}} g U_s^2}} (V_f + v_s)$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 (V_f - v_s)}{16\rho_{\text{Öl}} g U_s^2}} (V_f + v_s)$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 (U_s V_f + U_f v_s)}{2\rho_{\text{Öl}} g (U_s - U_f)^3}} (V_f + v_s)$ |

- Ergänze in der ersten Spalte die fehlenden Kraftansätze und Gleichungen.
- Bei der Messmethode von Millikan werden immer zwei Bewegungszustände des Öltröpfchens zur Bestimmung der Ladung Q des Öltröpfchens benötigt: Warum?
- Vervollständige eine der Spalten 1 - 7 mit der im RCL verwendeten Versuchsvariante. Leite dazu möglichst ohne Hilfestellung die Formel zur Ladungsbestimmung her.
- Leite für die formelmäßig einfachste Versuchsvariante mit Schweben als Versuchsteil die Formel zur Ladungsbestimmung her.
- Die Formel zur Ladungsbestimmung der Versuchsvariante 3 ist fehlerhaft: Wie kann man das sofort sehen? Korrigiere sie.
- Leite für mindestens eine noch nicht bearbeitete Versuchsvariante die Formel zur Ladungsbestimmung her.
- Wie müssten die Formeln abgeändert werden, wenn die Auftriebskraft und die Cunningham-Korrektur berücksichtigt werden? Zeige, dass die Auftriebskraft tatsächlich vernachlässigt werden kann.

- h) Weshalb sind die den Schwebefall umfassenden Versuchsvarianten für die Q-Bestimmung weniger geeignet als die restlichen Versuchsvarianten?

7. Öltröpfchensuche

Das Histogramm zeigt die Verteilung der Ladungen von 230 Öltröpfchen im Millikan-Versuch:



- a) Weshalb streuen die Einzelhäufungen um $Q = ke$ mit zunehmenden k immer mehr?
- b) Untersuche den Zusammenhang zwischen der Öltröpfchenladung und der Öltröpfchengeschwindigkeit durch Verwendung eigenen Datenmaterials oder des Datenmaterials von der Webseite und durch theoretische Überlegungen.
- c) Welchen Rat sollte man für die Versuchsdurchführung des Millikan-Versuchs aufgrund der Ergebnisse aus a) und b) geben?

8. Beschleunigung der Öltröpfchen

Unter der Gravitations- bzw. der elektrischen Kraft (die Auftriebskraft soll hier vernachlässigt werden) beschleunigen die Öltröpfchen beim Fallen ohne und beim Steigen mit elektrischem Feld in Luft auf eine Endgeschwindigkeit v_F bzw. v_S :

- a) Erkläre die Existenz dieser Endgeschwindigkeiten.
- b) Schätze die Beschleunigungszeit eines Öltröpfchens ($\rho_{\text{Öl}} = 1,03 \text{ g/cm}^3$, $r \approx 0,8 \text{ }\mu\text{m}$, $Q = 3e$) beim Fallen und beim Steigen ($U = 600 \text{ V}$, $d = 6 \text{ mm}$, $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$) ab (Tipp: Annahme einer konstanten auf das Öltröpfchen wirkenden Kraft im Newtonschen Axiom).

- c) Die Geschwindigkeit eines kugelförmigen Körpers (Radius r , Dichte ρ_K) beim Fallen in einem Medium (Zähigkeit η) mit der Anfangsgeschwindigkeit Null ist gegeben

$$\text{durch } v(t) = \frac{g}{k}(1 - e^{-kt}) \text{ mit } k = \frac{9\eta}{2r^2\rho_K} :$$

Zeige dass $v(t)$ Lösung der Differentialgleichung $m\dot{v}(t) = mg - 6\pi\eta rv$ ist.

Stelle $v(t)$ mit den Wertangaben aus b) graphisch dar, ermittle die Beschleunigungszeit und erkläre den Unterschied zum Wert aus b).

- d) Sollte die Beschleunigungszeit bei der Q-Bestimmung berücksichtigt werden?

9. Cunningham-Korrektur

Beim Millikan-Versuch muss für die Bewegung eines kugelförmigen Körpers (Radius r) durch ein Medium (dynamische Viskosität η , mittlere freie Weglänge λ , Cunningham-Konstante A) eine korrigierte dynamische Viskosität

$$\eta_{\text{korr}}(r) = \frac{\eta}{1 + \frac{A\lambda}{r}}$$

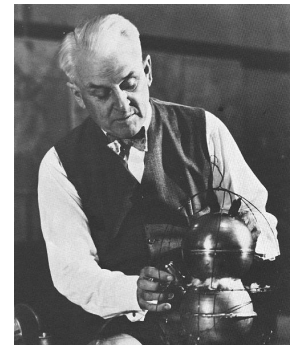
verwendet werden:

- Was versteht man unter der mittleren freien Weglänge bei Gasen? Welcher Zusammenhang besteht zur Viskosität eines Gases?
- Unter welcher Voraussetzung ist eine Korrektur von η bei der Bewegung eines Körpers vom Radius r durch ein Medium notwendig? Wird durch die Korrektur die Stokesche Reibungskraft größer oder kleiner?
- Stelle η_{korr}/η für Luft unter Normalbedingungen ($A = 0,864$, $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$, $\lambda = 68 \text{ nm}$) über dem Öltröpfchenradius graphisch dar: Was ist η in der Formel?

10. R. A. Millikan

Interessant ist es einen Menschen unter einzelnen Aspekten zu betrachten und dabei selbst und über den Menschen etwas zu lernen:

- Stelle Informationen zusammen, die Millikan entweder als Wissenschaftler, als Privatmann oder als Lehrenden beschreiben.



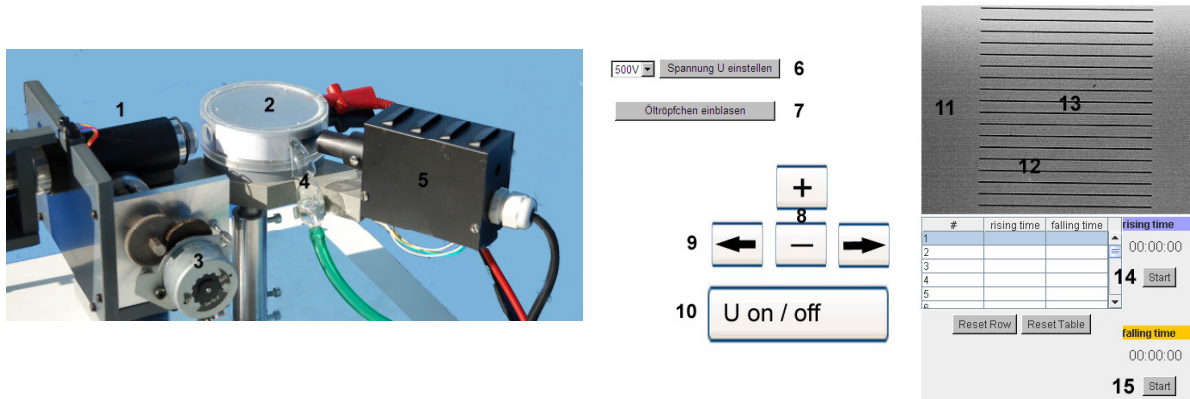
Robert Andrews Millikan
(1868 - 1953).

Quelle: <http://www.nobelpreis.org/physik/millikan.htm>

II. Aufgaben zum Versuchsaufbau

1. Versuchsaufbau des RCLs "Millikan-Versuch"

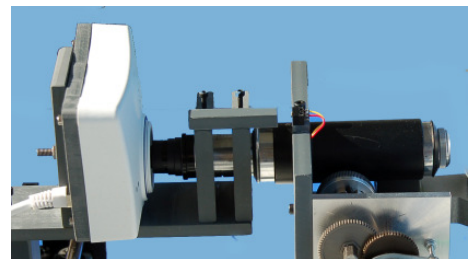
Die Abbildungen zeigen nummerierte Bestandteile des RCLs "Millikan-Versuch":



- a) Lege eine Tabelle an mit den Spalten Nummer, Bezeichnung und Funktion und fülle diese anhand der Abbildung des Versuchsaufbaus aus:

2. Beobachtung der Öltröpfchen mit Mikroskop und WebCam

- a) Was ist der Unterschied zwischen Hellfeld- und Dunkelfeldbeleuchtung? Welche wird beim Millikan-Versuch angewandt und warum?
- b) Liegt bei der Streuung des Lichts an den Öltröpfchen Rayleigh- oder Mie-Streuung vor? Gib jeweils ein typisches Beispiel für jede Streuungsart an.
- c) Die WebCam besitzt ein 13,5 cm Teleobjektiv, die Objektivbrennweite des Mikroskops beträgt 5 cm, die Okularbrennweite 2,5 cm: Skizziere den Strahlengang zwischen den Öltröpfchen und dem CCD-Chip der Kamera.
- d) Wie lassen sich Strecken im μm -Bereich mit einem Mikroskop messen?
- e) Im RCL wurde die Glühlampe der Beleuchtungseinrichtung durch eine weiße LED ersetzt. Bei Millikan befand sich zwischen der Bogenlampe und dem Kondensator eine Kupferchloridlösung und Wasser: Was soll damit vermieden werden? Inwiefern wären ansonsten Einflüsse auf die Q-Bestimmung zu erwarten?
- f) Welche maximale Bildrate kann bei 20-facher Kompression nach den JPEG-Verfahren, einer Bildauflösung von 320×240 px und 24 bit Farbtiefe mit ISDN (8 kB/s) und DSL 1000 (128 kB/s) übertragen werden.



3. Erzeugung der Öltröpfchen

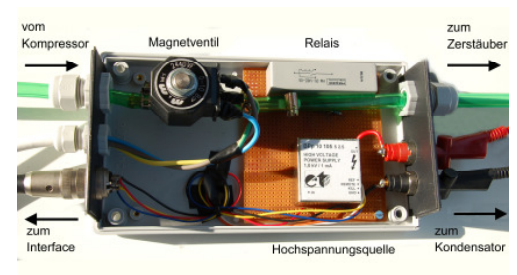
Im RCL wird ein Airbrush-Kompressor eingesetzt, der über ein Magnetventil auf Mausclick stoßweise einen Luftstrom an den Zerstäuber abgibt:

- Gib einen Versuch an, der zeigt, dass in einer strömenden Flüssigkeit oder einem strömenden Gas der statische Druck um so kleiner ist, je größer die Geschwindigkeit der Flüssigkeit bzw. des Gases ist.
- Erkläre qualitativ wie es gelingt das Öl im Zerstäuber in kleine Öltröpfchen zu zerstäuben.
- Welche Geschwindigkeit der Luft ($\rho_L = 1,3 \text{ kg/m}^3$) muss der Airbrush-Kompressor an der Glasdüse (2 cm Abstand zum Öltröpfcheneinlass des Kondensators) mindestens erzeugen, um das Öl ($\rho_{\text{Öl}} = 1,03 \text{ g/cm}^3$) zu zerstäuben?
- Warum wird beim Millikan-Versuch Hochvakuumöl für die Öltröpfchen verwendet?

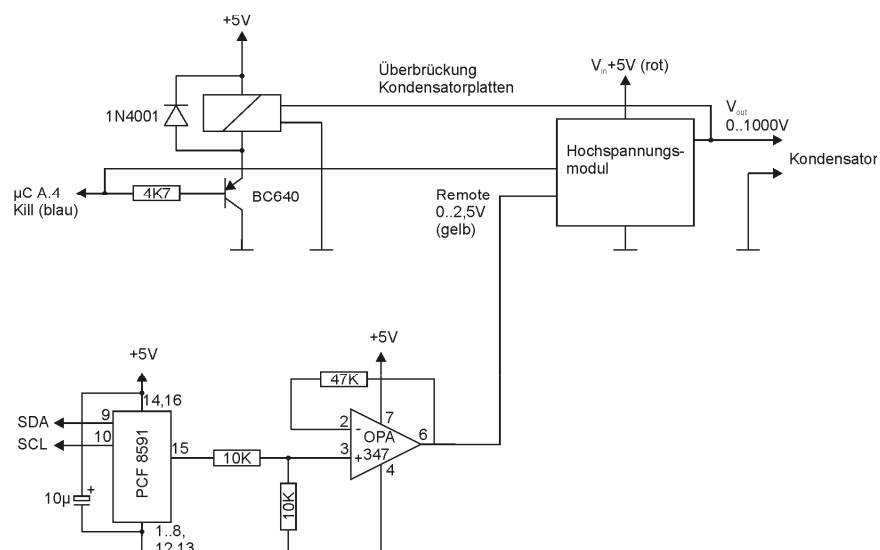


4. Erzeugung und Steuerung des E-Feldes im Kondensator

Mit der dargestellten Schaltung wird das E-Feld des Kondensators erzeugt und gesteuert. PC-gesteuert kann über den DA-Wandler, den Spannungsfolger und das Hochspannungsmodul (maximaler Ausgangsstrom $I_{A,\text{max}} = 1 \text{ mA}$, Ausgangsspannung $0 < U_A < 1 \text{ kV}$) eine Spannung an die Kondensatorplatten (Plattenabstand $d = 6 \text{ mm}$, Plattendurchmesser $D = 8 \text{ cm}$) angelegt werden:



- In welchem Bereich kann die elektrische Feldstärke variiert werden?
- Wie schnell wird der Kondensator aufgeladen?
- Wozu wird das Hochspannungsrelais in der Schaltung benötigt?



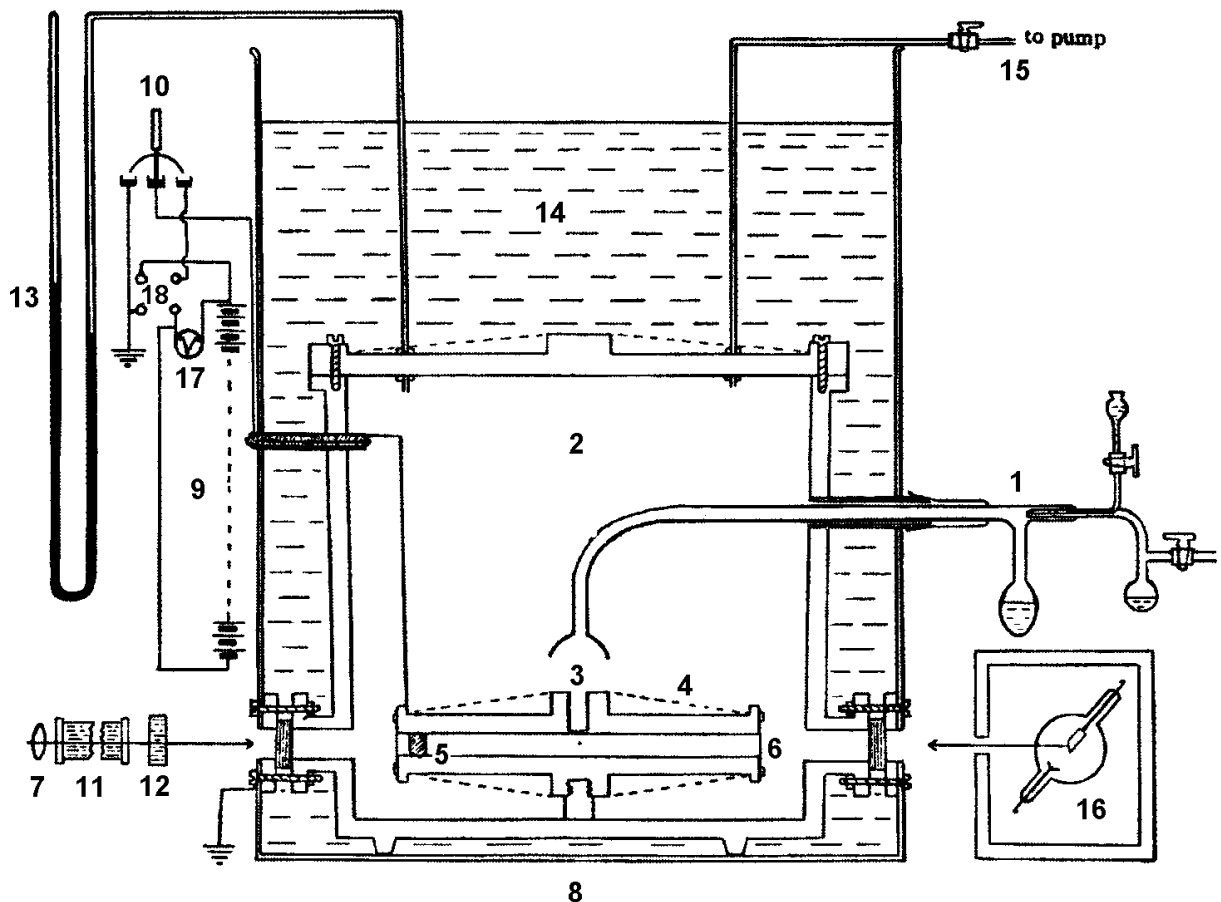
5. Millikans Versuchsaufbau

Die Abbildung zeigt eine Schnittzeichnung von Millikans Originalapparat zur Bestimmung der Elementarladung:

- a) Ordne die folgenden deutschen und englischen Bezeichnungen der Versuchsbestandteile und ihre Funktion in einer Tabelle den Zahlen in der Versuchsskizze zu:

Versuchsbestandteile (deutsch): Kammer, Wechselschalter, Hochspannungsquelle, Manometer, Röntgenröhre, Bogenlampe, Zerstäuber, Kondensatoröffnung, Kondensator, Isolation, Teleskop, Wasserzelle, Pumpenanschluss, Kaliumchloridzelle, Öltank, Schutzstreifen, Spannungsmesser, Verbindungsleiste.

Versuchsbestandteile (englisch): arc lamp, toggle switch, pump connection, manometer, watercell, battery, atomizer, chamber, telescope, air condenser, copper-



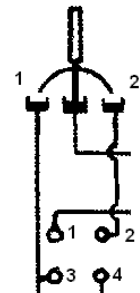
Schnittzeichnung der Original-Versuchsapparatur von Millikan.
Quelle: Wilke (1987), S. 103.

chloridcell, x-ray-tube, oil tank, isolator, voltmeter, connection bar.

Funktionen: Messung der Kondensatorspannung, Umpolung der Kondensatorspannung, Messung des Kammerdrucks, Lichterzeugung, Veränderung der Öltröpfchenladung, Erzeugung von Öltröpfchen, Konstanthaltung der Temperatur, Anschluss für Pumpe zur Variation des Kammerdrucks, Beobachtung der Öltröpfchen, Absorption von Wärmestrahlung, Erzeugung einer Hochspannung, Absorption von Wärmestrahlung, Erzeugung eines homogenen elektrischen Felds, Aufladen und Entladen des Kondensators.

- b) Trage in die Tabelle für die Stellungen von 10 und die Verbindungen von 18 die Funktionen ein:

| Schalterstellung von 10 (1 oder 2) | Polverbindung von 18 (z. B. 1-2) | Funktion |
|------------------------------------|----------------------------------|----------|
| | | |
| | | |
| | | |



III. Aufgaben zur Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung

1. Versuchsdurchführung

- Lege eine Excel-Tabelle an mit den Messgrößen U , t_S und t_F und den berechneten Größen v_S , v_F , r , η_{kor} und Q . Überprüfe die Richtigkeit der Tabelle durch eine eigene Berechnung mit einem Beispiel.
- Schreibe eine präzise formulierte Kurzanleitung zur Durchführung einer Messung mit dem RCL "Millikan-Versuch".
- Wie groß ist der vom Videobild erfasste Ausschnitt im Kondensator?
- Nach dem Einschalten des elektrischen Feldes sieht man Öltröpfchen steigen, manche aber auch weiterhin fallen: Woran liegt das? Wie kann zwischen den beiden Fällen beim Fallen experimentell unterschieden werden?

2. Versuchsauswertung

- Nenne zwei Arten der graphischen Darstellung von Messergebnissen des Millikan-Versuchs. Welche Vor- bzw. Nachteile haben die Darstellungen?
- Falls die Häufungen um $Q = ke$ im Histogramm voneinander getrennt liegen, kann die Elementarladung wie folgt bestimmt werden (n_k ist die Anzahl der Q -Werte im Haufen k):

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} Q_i + \sum_{j=1}^{n_2} \frac{Q_j}{2} + \dots}{n_1 + n_2 + \dots}$$

Erläutere die Formel. Bestimme damit e aus den Messergebnissen oder als Übung aus dem Datenmaterial der Webseite.

- Information: Gegeben ist eine von n Variablen abhängige Funktion der Form $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = C \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}$. Wenn jeder der Werte der Variablen x_i um Δx_i schwankt, dann führt das zu einer Gesamtschwankung Δf des Funktionswertes:

$$\Delta f = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot \sqrt{\left(a_1 \frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(a_2 \frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2 + \dots + \left(a_n \frac{\Delta x_n}{x_n}\right)^2}$$

Im folgenden soll der absolute Fehler ΔQ und relative Gesamtfehler $\Delta Q/Q$ der e -Bestimmung nach der im RCL verwendeten Versuchsvariante ermittelt werden. Da die Steig- und Fallgeschwindigkeiten fast gleich groß sind, kann zur Vereinfachung in der Formel zur Q -Bestimmung $v_S = v_F = v$ gesetzt werden. Da v sich aus den fehlerbehafteten Größen der Fall- bzw. Steigstrecke s und der Fall- bzw. Steigzeit t bestimmt muss $v = s/t$ gesetzt werden:

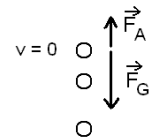
- Bringe die Formel für Q auf die Form $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = C \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}$.
- Lege übertragen auf die Q -Bestimmung die nachfolgende Tabelle an und bestimme $\Delta Q/Q$. Die Δx_i müssen abgeschätzt oder Datenblättern entnommen werden.

| Größenname und Bezeichnung | Einheit | x_i | Δx_i | $\frac{\Delta x_i}{x_i}$ | $\left(a_i \frac{\Delta x_i}{x_i}\right)^2$ |
|-------------------------------|---------|-------|--------------|--------------------------|---|
| | | | | | |
| | | | | | |

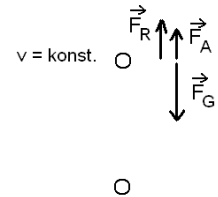
IV. Lösungen zu I.

1. Stokessche Reibungskraft

- a) Zum Zeitpunkt des Loslassens der Glaskugel ist $v = 0$. Die Kugel beginnt zu Fallen, da die Gewichtskraft F_G größer als die Auftriebskraft F_A ist. Die Kugel beschleunigt solange bis durch die mit der Geschwindigkeit zunehmende Stokessche Reibungskraft F_R ein dynamisches Kräftegleichgewicht erreicht ist. Die resultierende Kraft F_{Res} auf die Kugel ist dann Null und sie bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Veränderlich ist auf dieser kurzen Strecke nur die Stokessche Reibungskraft F_R .



- b) Wenn die Stokessche Reibungskraftformel richtig ist, dann stimmen experimentell bestimmte Sinkgeschwindigkeit v_{exp} und theoretisch bestimmte Sinkgeschwindigkeit v_{theo} überein: $\Delta s = 10 \text{ cm}$, $\Delta t = 0,833 \text{ s}$ liefert $v_{exp} = 12 \text{ cm/s}$.



$$F_G = F_R + F_A \Rightarrow v_{theo} = \frac{2r^2 g (\rho_G - \rho_{\ddot{O}l})}{9\eta_{\ddot{O}l}} = 12,6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Einsetzen der Werte liefert $F_R = 0,4 \text{ mN}$, $F_G = 0,733 \text{ mN}$ und $F_A = 0,33 \text{ mN}$.

- c) Man muss einen Satz Kugeln mit gleichem Radius, aber unterschiedlicher Dichte des Kugelmateriale verwenden und jeweils die konstante Sinkgeschwindigkeit messen. F_R kann im dynamischen Kräftegleichgewicht ($v = \text{konst.}$) stets nach

$$F_R = m_K g - m_F g = (m_K - m_{\ddot{O}l}) g = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_K - \rho_{\ddot{O}l})$$

durch Messung des Kugelradius, der Kugelmasse bzw. -dichte und der Öldichte bestimmt werden. Die zweite Möglichkeit Öle mit unterschiedlichen Öldichten zu verwenden ist problematisch, da mit dem Öl in der Regel auch die Zähigkeit verändert wird. Außer man sucht Öle mit unterschiedlicher Dichte und gleicher Zähigkeit.

- d) Bei Vergrößerung von r mit konstanter Kugeldichte nimmt v quadratisch zu. Um v konstant zu halten, muss mit zunehmendem Kugelradius r die Kugeldichte verringert werden. Unter der Annahme $F_R \sim r$ gilt bei k -fachem Radius:

$$v = \frac{2k^2 r^2 g (\rho_K - \rho_{\ddot{O}l})}{9\eta}$$

Um v konstant zu halten muss also z. B. bei k -fachem Radius die Differenz der Dichten k^2 -fach kleiner sein.

2. Gequantelte Größen

- a) Treppe: Treppenstufenhöhe über der Horizontalen: 20 cm, 40 cm, ...
Getränkeautomat: Getränkekosten 0,8 €, 1,0 €, 1,3 €
Folge $1/n$: Funktionswerte 1; 0,5; 0,25; ...
- b) Die Abstände zwischen aufeinanderfolgenden Quantisierungsstufen sind konstant.
- c) Man baut eine Rampe.

- d) Alltag: Zeitdauer, um z. B. zu duschen; Technik: Geschwindigkeit eines Autos; Mathematik: Funktionswerte der Funktion $f(x) = x$ mit $x \in \mathbb{R}$.

3. Vorgeschichte zum Millikan-Versuch

a)

| Jahr | Physiker | Entwicklungsschritt |
|-------------|-------------------|---|
| 1747 | B. Franklin | Hypothese zum atomaren Charakter der Elektrizität |
| 1833 | M. Faraday | Elektrolysegesetze |
| 1881 | G. J. Stoney | Elektrizitätsteilchen erhalten den Namen "Elektron" |
| 1897 | J. J. Thomson | Bestimmung der spezifischen Ladung e/m_e |
| 1897 | J. S. E. Townsend | e-Bestimmung mit Wassertropfen |
| 1903 | H. A. Wilson | Verbesserte e-Bestimmung mit Wassertropfen |
| 1909 - 1913 | R. A. Millikan | e-Bestimmung mit Öltröpfchen |

b) Links zur Geschichte des Elektrons:

<http://www.infogr.ch/roehren/ELEKTRON/Die%20Geschichte%20des%20Elektrons.htm>

<http://www.schenkendorf-krummensee.de/physik/proj/sandy/aln.htm>

4. Berechnung von Größen im Millikan-Versuch

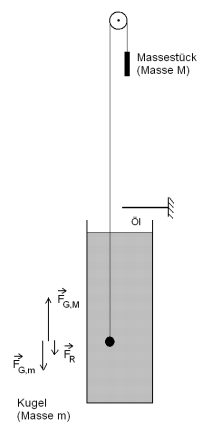
- a) $v_F = 8,82 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$; $v_S = 3,45 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$; $r = 0,84 \text{ }\mu\text{m}$; $\eta_{L,\text{korr}} = 1,69 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$; $Q = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $E = 100000 \text{ V/m}$; $m_{\text{Öl}} = 2,55 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$; $F_G = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ N}$; $F_E = 3,14 \cdot 10^{-14} \text{ N}$; $F_{R,F} = 2,3 \cdot 10^{-14} \text{ N}$; $F_{R,S} = 0,923 \cdot 10^{-14} \text{ N}$.

5. Modellexperiment zum Millikan-Versuch

- a) Das Modellexperiment ist eine Variante der Atwoodsche Fallmaschine mit Gewichtskraft $F_{G,m}$ der Kugel, Gewichtskraft $F_{G,M}$ des Massestücks und Stokescher Reibungskraft F_R . Im dynamischen Kräftegleichgewicht ist $\vec{F}_{G,m} + \vec{F}_{G,M} + \vec{F}_R = \vec{0}$: Die Differenz der Gewichtskräfte ist genauso groß wie die Stokesche Reibungskraft.

b)

| Millikan-Versuch | Modellexperiment |
|--|---|
| Gewichtskraft des Öltröpfchens | Gewichtskraft der Kugel |
| Elektrische Kraft | Gewichtskraft des Massestücks |
| Medium Luft | Medium Öl |
| Auftriebskraft kann vernachlässigt werden | Auftriebskraft nicht vernachlässigbar |
| Steigen ($U > U_{\text{Sch}}$), Schweben ($U = U_{\text{Sch}}$), Fallen ($U < U_{\text{Sch}}$) | Steigen ($M > m$), Schweben ($M = m$), Fallen ($M < m$) |
| Reibungskraft F_R : Nach Cunningham korrigierte Stokesche Reibungskraft | Reibungskraft F_R : Stokesche Reibungskraft für Reynoldszahl $Re \ll 1$ |



6. Versuchsvarianten des Millikan-Versuchs

a)

| Bewegungszustand und Gleichung | Versuchsvariante mit angekreuzten Versuchsteilen | | | | | | |
|---|--|--|---|---|---|--|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Schweben ($F_G = F_E$) $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = Q \frac{U_{\text{Sch}}}{d}$ | X | X | X | X | - | - | - |
| Steigen mit E-Feld ($F_G = F_E - F_R$) $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = Q \frac{U_S}{d} - 6\pi \eta_L r v_S$ | X | - | - | - | X | X | X |
| Fallen ohne E-Feld ($F_G = F_R$) $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = 6\pi \eta_L r v_F$ | - | X | - | - | X | - | - |
| Fallen mit E-Feld ($F_G = F_R - F_E \downarrow$) $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = 6\pi \eta_L r v_F - Q \frac{U_F}{d}$ | - | - | X | - | - | X | - |
| Fallen mit E-Feld ($F_G = F_R + F_E \uparrow$) $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = 6\pi \eta_L r v_F + Q \frac{U_F}{d}$ | - | - | - | X | - | - | X |
| Spannungsbedingung | $U_S > U_{\text{Sch}}$ | - | - | $U_{\text{Sch}} > U_F$ | - | $U_S = U_F = U$ | $U_S > U_F$ |
| Formel zur Ladungsbestimmung | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{3\eta_L^3 U_{\text{Sch}} v_S}{2\rho_{\text{Öl}} g (U_S - U_{\text{Sch}})^3}}$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 v_F}{2\rho_{\text{Öl}} g U_{\text{Sch}}^2}}$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 U_{\text{Sch}} v_F}{2\rho_{\text{Öl}} g (U_{\text{Sch}} + U_F)^3}}$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 U_{\text{Sch}} v_F}{2\rho_{\text{Öl}} g (U_{\text{Sch}} - U_F)^3}}$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 v_F}{2\rho_{\text{Öl}} g U_S^2}} (v_F + v_S)$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 (v_F - v_S)}{16\rho_{\text{Öl}} g U_S^2}} (v_F + v_S)$ | $Q = 18\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 (U_F v_F + U_S v_S)}{2\rho_{\text{Öl}} g (U_S - U_F)^3}} (v_F + v_S)$ |

- b) Der Radius des Öltröpfchens kann nicht direkt gemessen werden. In den Gleichungen ist dann entweder der Radius r oder der Radius r und die Ladung Q unbekannt. Zur Ladungsbestimmung wird also ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten benötigt.
- c) siehe unter a).
- d) siehe unter a).
- e) Ein Dimensionsvergleich mit den anderen Gleichung zeigt, dass es η_L^3 heißen muss. Im Nenner unter der Wurzel fehlt die 2. Korrekte Formel siehe unter a).
- f) siehe unter a).
- g) Da ρ_L fast um den Faktor 1000 kleiner als $\rho_{\text{Öl}}$ ist gilt:

$$F_G - F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_{\text{Öl}} - \rho_L) \approx \frac{4}{3}\pi r^3 g \rho_{\text{Öl}} = F_G.$$

Es muss $\rho_{\text{Öl}}$ durch $\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}$ ersetzt werden, da im Kraftansatz anstatt von F_G die effektive Gewichtskraft $F_G - F_A$ verwendet werden muss. η_{L} muss durch $\eta_{\text{korrr,L}}$ ersetzt werden, da im Kraftansatz in F_R jetzt $\eta_{\text{korrr,L}}$ stehen muss.

- h) Geringe Empfindlichkeit von v gegenüber Spannungsänderungen: Für die typischen Werte $Q = 2e$, $r = 1 \mu\text{m}$ erhält man für den quasistationären Zustand des Öltröpfchens:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = \frac{QU}{d} - 6\pi\eta_{\text{L}}rv \Leftrightarrow v(U) = \frac{\frac{QU}{d} - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g}{6\pi\eta_{\text{L}}r}$$

$$\frac{dv}{dU} = \frac{Q}{6\pi\eta_{\text{L}}rd} = 0,156 \frac{\mu\text{m}}{\text{V}}$$

Eine Spannungsänderung von 10 V bewirkt eine Geschwindigkeitsänderung von ca. $1,5 \mu\text{m/s}$. Das Öltröpfchen braucht dann für die Bewegung um $0,1 \text{ Skt} = 0,1 \cdot 120 \mu\text{m} = 12 \mu\text{m}$ ganze 8 s. Der Schwebezustand ist also schwer festzustellen.

Brownsche Molekularbewegung: Aufgrund der thermischen Bewegung der Luftmoleküle führt das schwebende Öltröpfchen (kompensierte Gewichtskraft) durch die Stöße der Luftmoleküle eine Zick-Zack-Bewegung aus. Bezeichnet man mit Δx den auf eine beliebige Richtung projizierten Abstand s zwischen zwei Richtungsänderungen, dann gilt für den Mittelwert der quadrierten Projektionen (Gobrecht (1974)):

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{kT\tau}{3\pi\eta r}$$

Für eine Temperatur $T = 300 \text{ K}$, eine Beobachtungszeit $\tau = 8 \text{ s}$ zwischen zwei Positionen des Teilchens, der Viskosität $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ und dem Öltröpfchenradius $r = 0,8 \mu\text{m}$ erhält man $\sqrt{\overline{\Delta x^2}} = 15 \mu\text{m}$. Das Öltröpfchen hat sich also um ein Vielfaches seiner Größe bewegt.

7. Öltröpfchensuche

- a) Öltröpfchen mit größerer Ladung bewegen sich schneller. Dadurch nimmt der Fehler in der Geschwindigkeits- und damit in der Ladungsbestimmung zu.

- b) Das Laden durch Reibung ist ein statistischer Prozess vergleichbar mit der Ladungstrennung von Teilchen in Wolken. Daher liegt kein einfacher kausaler Zusammenhang vor. Nach den empirischen Daten werden Öltröpfchen erst ab einem Mindest-

| Nr. | Radius $r / 10^{-7} \text{ m}$ | Fallgeschwindigkeit $v_F / 10^{-5} \text{ m/s}$ | Steiggeschwindigkeit $v_S / 10^{-5} \text{ m/s}$ | Ladung $Q / 10^{-19} \text{ C}$ |
|-----|--------------------------------|---|--|---------------------------------|
| 1 | 7,86 | 7,66 | 5,30 | 3,05 |
| 2 | 5,34 | 3,53 | 7,16 | 1,60 |
| 3 | 8,44 | 8,83 | 3,50 | 3,14 |
| 4 | 8,51 | 8,97 | 3,26 | 3,15 |
| 5 | 10,6 | 13,9 | 20,1 | 11,19 |
| 6 | 7,47 | 6,92 | 7,83 | 3,28 |
| 7 | 7,23 | 6,47 | 8,12 | 3,12 |
| 8 | 6,26 | 4,86 | 12,8 | 3,19 |
| 9 | 9,68 | 11,6 | 20,1 | 9,42 |
| 10 | 6,99 | 6,06 | 9,07 | 3,11 |

radius von ca. $0,45 \mu\text{m}$ negativ geladen und es lässt sich eine Zunahme der Ladung mit dem Radius vermuten (für eine sicherere Aussage braucht man mehr Öl-

tröpfchen). Die mit dem Öltröpfchenradius zunehmende Kapazität ($C_{\text{Kugel}} = 4\pi\epsilon_0 r$) stützt die Vermutung einer mit r zunehmenden Ladung.

In einem einfachen linearen Modell gilt für den Betrag der negativen Öltröpfchenladung und $r > 0,45 \mu\text{m}$:

$$Q(r) = 1,823 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{m}} (r - 0,45 \mu\text{m}).$$

Es muss zwischen Steigen und Fallen unterschieden werden. Die Fallgeschwindigkeit v_F hängt im Versuch nur vom Radius ab:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = 6\pi \eta_L r v_F \Leftrightarrow v_F = \frac{2\rho_{\text{Öl}} g}{9\eta_L} r^2$$

Ein Öltröpfchen mit doppeltem Radius fällt also viermal so schnell. Da große Öltröpfchen im Mittel mehr Ladung tragen, sind die schnell fallenden auch die mit großer Ladung.

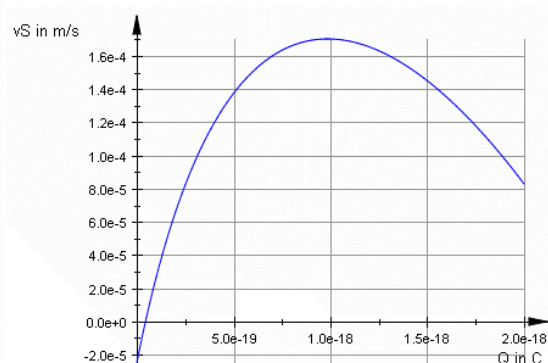
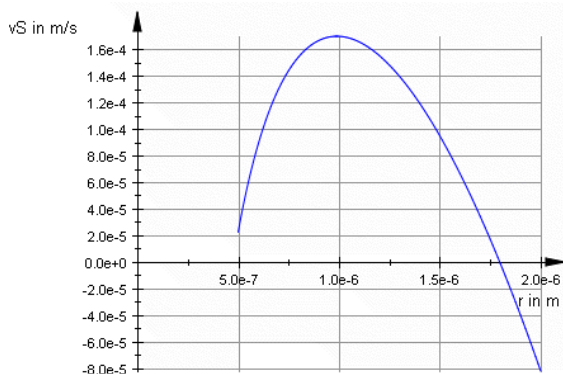
Nach den empirischen Daten nimmt mit Q auch v_S zu. Was ist nach dem linearen Modell zu erwarten?

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = Q \frac{U_S}{d} - 6\pi \eta_L r v_S \Leftrightarrow v_S = \frac{Q \frac{U_S}{d} - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g}{6\pi \eta_L r}$$

Setzt man

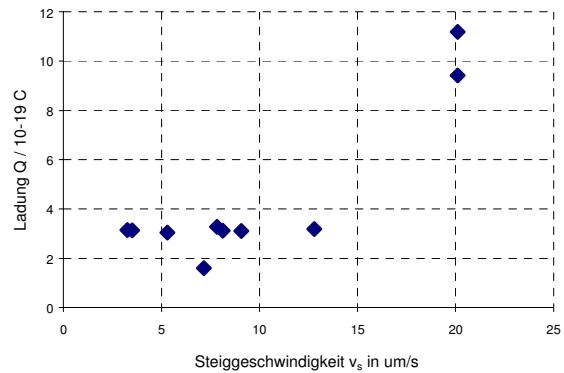
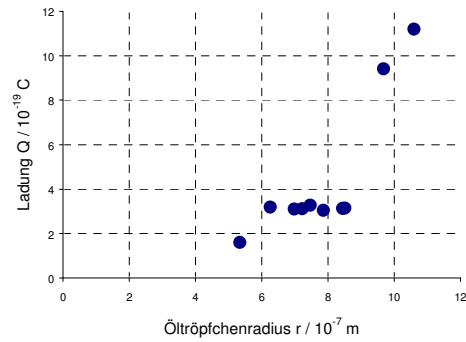
$$Q(r) = 1,823 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{m}} (r - 0,45 \mu\text{m}) \Leftrightarrow r(Q) = 5,485 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{C}} \cdot Q + 0,45 \mu\text{m}$$

in v_S ein, dann ergeben sich folgende Graphen der Funktionen $v_S(r)$ und $v_S(Q)$:



Da die Gewichtskraft schneller mit r wächst als die elektrische Kraft mit Q , nimmt die Steiggeschwindigkeit für $r > 1 \mu\text{m}$ bzw. $Q > 10^{-18} \text{C} \approx 6e$ wieder ab.

- c) Da nur wenige Öltröpfchen im Millikan-Versuch größer als $1 \mu\text{m}$ bzw. Ladungen von mehr als $6e$ tragen, gibt man den Rat für möglichst genau Ladungsmessungen möglichst kleine Öltröpfchen zu verwenden.



8. Beschleunigung der Öltröpfchen

a) Siehe I.1a.

b) Beim Fallen ist zum Fallbeginn die resultierende Beschleunigung $a_{\text{Res}} = g$. Die Fallgeschwindigkeit des Öltröpfchens beträgt:

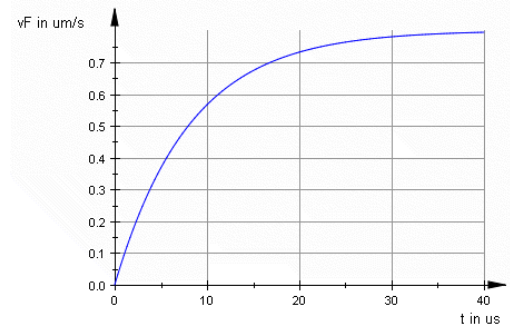
$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g = 6 \pi \eta r v_F \Leftrightarrow v_F = \frac{2 \rho_{\text{Öl}} g}{9 \eta} r^2 = 0,8 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

Damit ist

$$t_F = \frac{v_F}{g} = 8 \mu\text{s}.$$

Beim Steigen ist zum Steigbeginn $F_{\text{Res}} = F_E - F_G$ und mit v_S aus I.7b folgt:

$$t_S = \frac{v_S}{a} = \frac{F_{\text{Res}} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{Öl}}}{6 \pi \eta r F_{\text{Res}}} = \frac{2 r^2 \rho_{\text{Öl}}}{9 \eta} = 8,1 \mu\text{s}.$$



c) Ableiten von $v(t)$ und Einsetzen in die DGL liefert:

$$m \dot{v}(t) = mg - 6 \pi \eta r v \Leftrightarrow \dot{v}(t) = g - \frac{6 \pi \eta r v}{\rho_K \frac{4}{3} \pi r^3} = g - \frac{9 \eta v}{2 r^2 \rho_K} = g - kv$$

$$-\frac{g}{k} (-k) e^{-kt} = g - k \frac{g}{k} (1 - e^{-kt})$$

Einsetzen der Werte liefert $k = 1,23 \cdot 10^5 / \text{s}$. t_F ist nach der Grafik $\approx 40 \mu\text{s}$. Die Zeit um eine Geschwindigkeit von $(1 - \frac{1}{e}) \cdot \frac{g}{k} = 0,63 \cdot v_\infty$ (63 % der Endgeschwindigkeit) beträgt $1/k = 8 \mu\text{s}$.

Die Beschleunigungszeit ist hier größer als in b), da in der Abschätzung über den Beschleunigungszeitraum eine zu große, konstante Gewichtskraft angenommen wurde.

d) Die Beschleunigungszeit kann gegenüber der Reaktionszeit beim Richtungswechsel des Öltröpfchens vernachlässigt werden.

9. Cunningham-Korrektur

a) In einem Gas ist die Anzahl Z der Zusammenstöße, die ein Teilchen (Gasmolekül) pro Sekunde erfährt umso größer je größer die Teilchendichte n , der Teilchenradius r und die mittlere Teilchengeschwindigkeit \bar{c} ist (Gobrecht, H. (1974): Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Mechanik-Akustik-Wärme, S. 653):

$$Z = 4 \sqrt{2} \pi n r^2 \bar{c}$$

Für typische Werte unter Normalbedingungen ($n = N_A / V_{\text{Mol}}$, $r \approx 10^{-10} \text{ m}$ und $\bar{c} \approx 10^3 \text{ m/s}$) erhält man ≈ 48 Millionen Zusammenstöße/s eines Gasteilchens. Daraus lässt

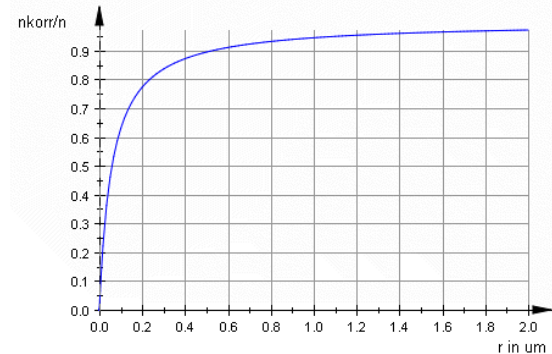
sich ermitteln, welche mittlere freie Weglänge λ ein Teilchen ohne Zusammenstoß zurücklegt:

$$\lambda = \frac{\bar{c}}{Z} = 210 \text{ nm}$$

Die Zähigkeit eines Gases nimmt nach $\eta = \frac{1}{3} nm\bar{c}\lambda$ (m = Masse eines Gasteilchens) mit der mittleren freien Weglänge zu.

- b) Für r in der Größenordnung von λ muss eine Korrektur vorgenommen werden. Für $\lambda = 0,068 \mu\text{m}$ und Öltröpfchenradien zwischen $0,1 \mu\text{m}$ und $1 \mu\text{m}$ ist diese Bedingung erfüllt.

- c) $\frac{A\lambda_M}{r} > 0 \Rightarrow \eta_{\text{korr}} < \eta$. Die Stokesche Reibungskraft wird kleiner, da die Öltröpfchen quasi zwischen den Luftmolekülen eher durchfallen können. η ist der Grenzwert der Viskosität für eine unendlich große Kugel.



Bemerkung: Bei der Berechnung von η_{korr} wird ein Fehler gemacht, da in r die unkorrigierte Viskosität η verwendet wird. Die exakte Lösung führt auf ein Gleichungssystem mit den Unbekannten r und η_{korr} . Die Lösung des Gleichungssystems auf eine quadratische Gleichung für r . Der Fehler ist aber so klein, dass er hier nicht berücksichtigt werden muss.

10. R. A. Millikan

- a) Links zum Leben Millikans:
http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1923/millikan-bio.html
<http://millikan.kegeli.net/Millikan.htm>
http://scienzapertutti.lnf.infn.it/biografie/millikan-bio_fra.html

V. Lösungen zu II.

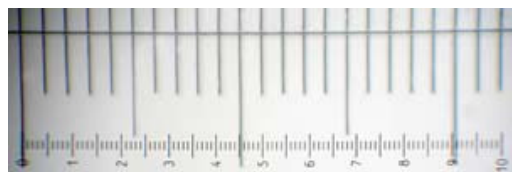
1. Versuchsaufbau des RCLs "Millikan-Versuch"

a)

| Nr. | Bezeichnung | Funktion |
|-----|------------------|--|
| 1 | Mikroskop | Vergrößerung der Öltröpfchen |
| 2 | Kondensator | Erzeugung eines elektrischen Feldes |
| 3 | Schrittmotor | Scharfstellen der Öltröpfchen |
| 4 | Ölzerstäuber | Erzeugung der Öltröpfchen |
| 5 | Lichtquelle | Seitliches Licht für Dunkelfeldbeleuchtung der Öltröpfchen |
| 6 | Button | Regulierung der elektrischen Kraft |
| 7 | Button | Öltröpfchen einblasen in den Kondensator |
| 8 | Buttons | Veränderung der Gegenstandsebene im Kondensator |
| 9 | Buttons | Horizontale Verschiebung des Bildausschnitts |
| 10 | Button | Ein- und Ausschalten des elektrischen Feldes |
| 11 | Mikroskopbild | Vergrößerte Darstellung der Öltröpfchen |
| 12 | Öltröpfchen | Messobjekt |
| 13 | Okularmikrometer | Streckenmessung im μm -Bereich |
| 14 | Steigzeitmesser | Messung der Steigzeit |
| 15 | Fallzeitmesser | Messung der Fallzeit |

2. Beobachtung der Öltröpfchen mit Mikroskop und WebCam

- a) Bei Hellfeldbeleuchtung trifft das Licht des durchleuchteten Objekts direkt in das Objektiv des Mikroskops ein. Bei Dunkelfeldbeleuchtung tritt nur das am Objekt gestreute Licht in das Objektiv des Mikroskops ein. Beim Millikan-Versuch wird die Dunkelfeldbeleuchtung angewandt, weil die Öltröpfchen ansonsten nur einen sehr geringen Kontrast zum Hintergrund aufweisen. Sie erscheinen in Dunkelfeldbeleuchtung dann als helle Punkte vor dem dunkel gestalteten Hintergrund.
- b) Rayleigh-Streuung liegt vor, wenn die Abmessung d des Streuobjektes kleiner wie die Lichtwellenlänge λ ist (z. B. Lichtstreuung an Gasmolekülen, erklärt blaue Farbe des Himmels, Morgen- und Abendrot). Mie-Streuung liegt vor, wenn die Abmessung d des Streuobjektes in der Größenordnung der Wellenlänge und darüber liegt (z. B. Miestreuung an Aerosolen, Nebel (0,01 mm – 0,1 mm) oder Regentropfen (0,1 mm – 5 mm)). Beim Millikan-Versuch ist der Öltröpfchendurchmesser ($0,1 \mu\text{m} < d < 1 \mu\text{m}$) in der Größenordnung der Wellenlänge ($0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,8 \mu\text{m}$), so dass weder eindeutig Mie- noch Rayleigh-Streuung vorliegt.
- c) Strahlengang eines Mikroskops mit Strahlengang eines Teleobjektivs (Funktionsprinzip)
- d) Man verwendet zur Längenmessung in der Mikroskopie ein Okularmikrometer, das mit einem Objektivmikrometer wie folgt geeicht wird:
- Okularmikrometer (durchsichtige Platte mit Stricheinteilung, unten im Bild) in die Bildebene des Objektivs bzw. Gegenstandsebene des Okulars einlegen und mit Okularlinse scharfstellen.
 - Objektivmikrometer (Objektträger mit Stricheinteilung von 1 mm in 100 Teile, 1 Skt = $10 \mu\text{m}$, oben im Bild, da stärker vergrößert) auf den Objektisch legen, mit Grob- und Feintrieb scharfstellen und durch Drehen parallel zum Okularmikrometer ausrichten.



- Skalenteile von Objekt- und Okularmikrometer auf einer möglichst großen gemeinsamen Strecke s auszählen. Im Bild entsprechen $m = 20$ Skt. des Objektmikrometers $n = 90$ Skt. des Okularmikrometers.
- Länge x eines Skt. des Okularmikrometers:

$$s = 20 \text{ Skt} \cdot \frac{10 \mu\text{m}}{\text{Skt}} = 90 \text{ Skt} \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{20 \mu\text{m}}{9 \text{ Skt}} = 2,222 \frac{\mu\text{m}}{\text{Skt}}$$

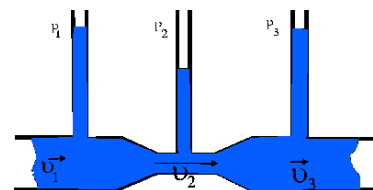
- e) Die Übertragung von Wärme der Lichtquelle durch Wärmestrahlung auf die Luft im Kondensator wird durch Absorption von Wärmestrahlung durch das Kupferchlorid vermieden. Folgen einer Wärmeübertragung sind Konvektionsströme in der Luft des Kondensators, die zu seitlichen Driftbewegungen des Öltröpfchens und zusätzlichen vertikalen Kräften auf das Öltröpfchen führen können. Die seitliche Driftbewegung hat Einfluss auf die senkrechte Fallbewegung der Öltröpfchen, da für reibungsbehaftete Bewegungen das Unabhängigkeitsprinzip nicht mehr gilt. Keinen Einfluß hat die Driftbewegung auf die Messung von v_F bzw. v_S , da nur der senkrechte Streckenanteil im Okularmikrometer gemessen wird.
- f) Die Datenrate beträgt:

$$x \cdot 320 \cdot 240 \cdot 3 \text{ B} \cdot \frac{1}{20} = y \text{ B/s}$$

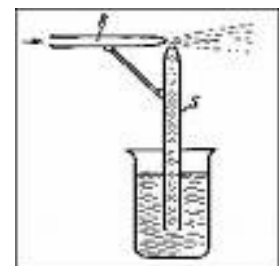
Für $y = 8000$ ist $x = 0,7$ Bilder/s, für $y = 128000$ ist $x = 11,1$.

3. Erzeugung der Öltröpfchen

- a) Die Steigrohre messen den statischen Druck p in der Flüssigkeit. Bei der größeren Flußgeschwindigkeit im engeren Querschnitt ist der statische Druck geringer, der dynamische $\rho v^2/2$ aber größer und der Gesamtdruck p_0 ist konstant.



- b) Das Zerstäuberprinzip beruht auf 2 Mechanismen:
- Durch schnell strömende Luft wird an einer Düsenverengung nach der Bernoulli-Gleichung lokal am Ende eines Steigrohres ein Unterdruck p gegenüber dem Atmosphärendruck p_0 erzeugt. Der Atmosphärendruck kann dann Flüssigkeit in das Steigrohr drücken.
 - Die ausströmende Flüssigkeit wird durch den turbulenten Luftstrom stark verwirbelt, so dass sie in kleine Tröpfchen zerfällt.



- c) Berechnet wird die minimale Geschwindigkeit für den Fall, dass das Öl an der Steigrohrspitze die Geschwindigkeit $v_{\text{Öl}} = 0$ hat:

$$p_0 - p = \rho_{\text{Öl}} g h$$

Der Air-Brush-Kompressor beschleunigt unbewegte Luft auf die Geschwindigkeit v_L an der Steigrohrspitze. Nach der Bernoulli-Gleichung gilt:

$$p_0 = p + \frac{\rho_L}{2} v_L^2$$

Damit ist

$$\frac{\rho_L}{2} v_L^2 = \rho_{\text{Öl}} gh \Leftrightarrow v_L = \sqrt{\frac{2\rho_{\text{Öl}}gh}{\rho_L}} = 17,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- d) Der Sättigungsdampfdruck (20 °C) von Hochvakuumöl (10⁻⁴ kPa) ist sehr viel kleiner wie der von Wasser (2,34 kPa). Dadurch bleibt die Öltröpfchenmasse während der Messung konstant.

4. Erzeugung und Steuerung des E-Feldes im Kondensator

- a) Unter der Annahme eines homogenen Feldes ist nach $E = U/d$ die minimale Feldstärke $E_{\text{min}} = 0 \text{ V/m}$ und die maximale $E_{\text{max}} = 166666 \text{ V/m}$.
- b) Die Kapazität des Plattenkondensators berechnet sich zu

$$C = \epsilon_0 \frac{\pi r^2}{d} = 7,4 \text{ pF}.$$

Der Innenwiderstand der Spannungsquelle liegt bei $R_i = 1 \text{ kV}/1 \text{ mA} = 1 \text{ M}\Omega$, der Kabelwiderstand ist demgegenüber vernachlässigbar. Für das Aufladen eines Kondensators über einen Widerstand R auf die Spannung U_0 gilt $U_C(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau})$ mit der von U_0 unabhängigen Zeitkonstanten $\tau = RC = 7,4 \mu\text{s}$ (Zeit für $0,63 \cdot U_0$). Die Aufladezeit liegt damit weit unterhalb der Reaktionszeit des Nutzers. Der Anfangsstrom beträgt maximal $U_{0,\text{max}}/R = 1 \text{ mA}$.

- c) Das Hochspannungsrelais schließt den Kondensator beim Abschalten der Kondensatorspannung für das Fallen kurz, so dass die elektrische Kraft auf das Öltröpfchen sofort verschwindet und die Kräftebilanz im dynamischen Kräftegleichgewicht gültig ist.

5. Millikans Versuchsaufbau

- a)

| Nr. | Bezeichnung (engl.) | Bezeichnung (dt.) | Funktion |
|-----|---------------------|---------------------|--|
| 1 | atomizer | Zerstäuber | Erzeugung von Öltröpfchen |
| 2 | chamber | Kammer | Schutzraum für Kondensator |
| 3 | pin-hole | Loch im Kondensator | Kondensatoreinlass für Öltröpfchen |
| 4 | air condenser | Kondensator | Erzeugung eines homogenen elektrischen Felds |
| 5 | isolator | Isolator | Isolation zwischen Kondensatorplatten |
| 6 | stripe | Streifen | Schutz des Kondensatorraums |
| 7 | arc lamp | Bogenlampe | Lichterzeugung für Öltröpfchenbeleuchtung |
| 8 | telescope | Teleskop | Vergrößerung der Öltröpfchen |
| 9 | battery | Hochspannungsquelle | Erzeugung einer Hochspannung |
| 10 | toggle switch | Wechselschalter | Auf- und Entladen des Kondensators |
| 11 | watercell | Wasserzelle | Absorption von Wärmestrahlung |
| 12 | cupperchloridcell | Kaliumchloridzelle | Absorption von Wärmestrahlung |
| 13 | manometer | Manometer | Messung des Kammerdrucks |
| 14 | oil tank | Öltank | Konstanthaltung der Temperatur |
| 15 | pump connection | Pumpenanschluss | Pumpenanschluß für Kammerdruck |
| 16 | x-ray-tube | Röntgenröhre | Erzeugung zusätzlicher Ladungen |
| 17 | voltmeter | Spannungsmesser | Messung der Kondensatorspannung |
| 18 | connection bar | Verbindungsleiste | Umpolung der Kondensatorspannung |

b)

| Schalterstellung von 10 (1 oder 2) | Polverbindung von 18 (z. B. 1-2) | Funktion |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--|
| 1 2 | - 2-3 | Entladen (Kurzschließen) des Kondensators |
| 2 | 1-2, 3-4 | Aufladen des Kondensators (obere Platte -) |
| 2 | 1-3, 2-4 | Aufladen des Kondensators (obere Platte +) |

VI. Lösungen zu III.

1. Versuchsdurchführung

- Siehe I.4a.
- Siehe Millikan-Webseite unter Aufgaben.
- Ungefähr $18 \text{ Skt} \times 22 \text{ Skt} = 2,16 \text{ mm} \times 2,64 \text{ mm}$ ($1 \text{ Skt} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ m}$).
- Bei fester Polung des Kondensators mit oberer positiv geladener Platte können nur negative Öltröpfchen steigen, aber sowohl negative wie positive Öltröpfchen fallen. Negative Öltröpfchen fallen bei Spannungserhöhung langsamer, positive dagegen schneller.

2. Versuchsauswertung

a)

| Histogramm | Punktdiagramm |
|---|---|
| Absolute Häufigkeit der Messungen über der Öltröpfchenladung | Öltröpfchenladung über Öltröpfchen(Versuchs)-Nummer |
| Streuungen um Vielfache von e besser erkennbar. Insbesondere die Zunahme der Streuung mit Q | Quantelung (Schichtung) besser erkennbar |
| Darstellung ist abhängig von der Wahl der Klassen(Balken)breite | Sinnvoll bereits bei wenigen Versuchsergebnissen |

- Aus den k-fachen Elementarladungswerten im Haufen k werden mit der Division durch k einfache Elementarladungswerte. Von all diesen Werten wird der Mittelwert berechnet. Für die Webseitendaten erhält man $e = 1,58 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- Nach Vogel (1996):

$$Q = 36\pi d \sqrt{\frac{\eta_L^3 s^3}{2\rho_{\text{Öl}} g U_s^2 t^3}} = \frac{36\pi}{\sqrt{2}} g^{\frac{1}{2}} \rho_{\text{Öl}}^{\frac{1}{2}} U^{-1} dt^{\frac{3}{2}} s^{\frac{3}{2}} \eta_L^{\frac{3}{2}}$$

| Name der Größe | Einheit | x_i | Δx_i | $\frac{\Delta x_i}{x_i}$ | $\left(a_i \frac{\Delta x_i}{x_i}\right)^2$ |
|-----------------------------|-----------------|----------------------|---------------------|-----------------------------|---|
| Erdbeschleunigung g^* | m/s^2 | 9,8094 | 0,0001 | $1 \cdot 10^{-5}$ | $2,5 \cdot 10^{-11}$ |
| Öldichte $\rho_{\text{Öl}}$ | kg/m^3 | 1030 | 0,5 | $4,8 \cdot 10^{-4}$ | $5,78 \cdot 10^{-8}$ |
| Steigspannung U_s | V | 600 | 10 | 0,0166 | $2,75 \cdot 10^{-4}$ |
| Plattenabstand d | m | 0,006 | 0,0005 | 0,083 | $6,8 \cdot 10^{-3}$ |
| Zeit t | s | 8 | 0,2 | 0,025 | $1,4 \cdot 10^{-3}$ |
| Strecke s | m | $6 \cdot 10^{-4}$ | $1,2 \cdot 10^{-5}$ | 0,02 | $9,0 \cdot 10^{-4}$ |
| Viskosität η | Ns/m^2 | $1,81 \cdot 10^{-5}$ | $5 \cdot 10^{-7}$ | 0,027 | $1,64 \cdot 10^{-3}$ |
| * für Kaiserslautern | | | | Summe | 0,011 |
| | | | | Wurzel aus der Summe | 0,104 |

Damit ist $\Delta Q/Q \approx 11 \%$ und $\Delta Q \approx 0,16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Der Wert aus b) liegt damit innerhalb der Fehlergrenzen $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} - 0,16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} + 0,16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

VII. Literatur

Gobrecht, H. (1974): Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Mechanik-Akustik-Wärme. De Gruyter, Berlin & New York, S. 652.

Millikan, R. A. (1924): The Electron – Its isolation and measurement and the determination of some of its properties. University of Chicago Press, Chicago & London.

Vogel, D. (1996): Die Auswertung des Millikan-Versuches. PhiS 34/3, 110-114.

Vollmer, M. (2002): Über die Farben der Sonne und des Himmels - Rayleigh- und Mie-Streuung in der Atmosphäre. DPG-Frühjahrstagung in Leipzig.

http://www.didaktik.physik.uni-essen.de/heraeus_2005/DVD/Vollmer/Streuung_cd_rom.pdf.

Wilke, H.-J. (1987): Historische physikalische Versuche. Aulis, Köln, S. 101-106.