



**« MATHÉMATIQUES, SCIENCES EXPÉRIMENTALES
ET D'OBSERVATION À L'ÉCOLE PRIMAIRE »**

COMPTE RENDU DU COLLOQUE

**Saint-Étienne, Centre des Congrès
Espace Fauriel**

28 septembre 2005





Sommaire

1- Introduction.....	3
2- Présentation du colloque.....	3
3- Les interventions.....	4
4- Table ronde.....	5
5- Texte de Conclusion du colloque.....	5
6- Annexes.....	7
- <i>Annexe 1 :</i>	
Programme	8
- <i>Annexe 2 :</i>	
La spécificité de la démarche d'investigation en mathématiques	
<i>Claudine Robert - Catherine Houdement.....</i>	9
Des pistes pour travailler sur l'aléatoire au cycle 3.....	12
- <i>Annexe 3 :</i>	
Les mathématiques au sein d'une démarche d'investigation en sciences expérimentales	
<i>Jean Michel Rolando.....</i>	20
- <i>Annexe 4 :</i>	
Table ronde : La démarche d'investigation en mathématiques : pour elle-même ? En relation avec les sciences expérimentales ?.....	26
<i>Martin Andler.....</i>	27
<i>Gérard Kuntz.....</i>	29
<i>Hélène Merle</i>	
Un exemple pratique d'interdisciplinarité mathématiques – physique	
« Construction du concept d'angle » à partir de situations physiques.....	31
<i>Luc Trouche</i>	36



1- Introduction

Ce colloque a été organisé par *La main à la pâte*, l'Inspection académique de la Loire et l'École nationale supérieure des mines de Saint-Étienne dans le cadre du projet européen Scienceduc, financé par la Commission Européenne - DG Recherche (6ème Projet-cadre). Un des axes de ce projet concerne la dissémination de bonnes pratiques d'enseignement des sciences à l'école primaire. En septembre et octobre 2005 ont aussi été organisées des conférences nationales dans chaque pays partenaire ou associé au projet (Allemagne, Estonie, France, Hongrie, Italie, Portugal et Suède).

La ville de Saint-Etienne a été choisie pour accueillir la conférence française, car elle participera, dès janvier 2006, à un autre projet européen, Pollen. La ville fera partie d'un réseau de 12 villes européennes qui mettront en place des dispositifs de référence en faveur d'un enseignement durable des sciences.

Le colloque s'est centré sur le lien entre l'action de *La main à la pâte*, la rénovation de l'enseignement des sciences à l'école et les mathématiques. Il a attiré près de 400 personnes : principalement des enseignants, des formateurs, des inspecteurs du département de la Loire mais également les représentants des centres-pilotes *La main à la pâte*, l'équipe de La Rotonde (Centre de culture scientifique, technique et industrielle de l'École nationale supérieure des mines de Saint-Etienne) et les représentants du groupe « sciences » de la Loire.

M. Germinet, Directeur de l'École des Mines de Saint-Etienne; M. Charpak, membre de l'Académie des sciences et Prix Nobel de Physique; Mme Lesko, Inspectrice d'académie de la Loire ; M. Thiollière, Sénateur-maire de Saint-Etienne ; M. Fraisse, Directeur de l'INRP et M. Pietryk, Inspecteur général, Président du comité de suivi du PRESTE ont ouvert le colloque. Leurs allocutions ont été suivies de 2 conférences puis d'une table ronde.

Annexe 1 : programme du colloque.

2- Présentation du colloque

Pendant neuf ans, l'action de *La main à la pâte* s'est focalisée sur la science, entendue comme la science de la nature, celle des phénomènes, celle des objets fabriqués par la technique. Cette science n'existe pas seule. Dans un premier temps, on a choisi de mettre prioritairement en valeur ses liens avec le langage (apprentissage du français). Le rôle du cahier d'expériences, la précision du lexique, la correction de la syntaxe ont ainsi fait pendant à la découverte du monde, au questionnement devant la nature, aux réponses rationnelles progressivement construites. Le moment est venu de s'interroger sur le lien entre l'action de *La main à la pâte*, la rénovation de l'enseignement des sciences à l'école et les mathématiques.

Nous avons choisi d'y dédier la rencontre 2005 des centres pilotes, sous un triple aspect.



Le premier, original, explore une initiation élémentaire à la statistique. Parce que celle-ci met en jeu des phénomènes du monde réel, elle concerne bien la science dont traite *La main à la pâte*. Parce qu'elle fait appel à la mesure, aux nombres, à la logique rigoureuse, elle touche aux mathématiques.

Le deuxième, plus classique, concerne l'application d'une démarche d'investigation à un enseignement rénové des mathématiques à l'école primaire. Comment les dix principes de *La main à la pâte* pourraient-ils, sans impérialisme, s'appliquer ou se décliner à ce propos ? Les incursions dans l'histoire des sciences et leurs modalités expérimentées avec succès, pourraient-elles se transposer efficacement ?

Enfin, un troisième aspect se préoccupe d'une juste articulation entre expérimentation, mesure et outils mathématiques. Des modules tels « Eratosthène » ou « Quelle heure est-il sur Terre ? » rencontrent cette question. Il n'est pas certain que nous l'ayons traitée jusqu'ici de façon tout à fait satisfaisante.

Aucun de ces trois points ne peut être abordé sans le concours de mathématiciens dont beaucoup, de leur côté, ont déjà exploré ces voies. La rencontre de Saint-Etienne nous permet de faire le point avec eux, d'esquisser des rapprochements, ou même des projets communs.

Enfin, beaucoup de nos collègues mathématiciens nous ont fait part de leur intérêt à appliquer, au moins dans certains cas, la méthode d'investigation à l'enseignement des mathématiques. Ceci peut également être évoqué.

Pierre Léna

3- Les interventions

Dans la première conférence, Catherine Houdement (maître de conférences – IUFM de Rouen) et Claudine Robert (professeur des universités, Université Joseph Fourier - Grenoble) ont traité « La spécificité de la démarche d'investigation en mathématique ».

Annexe 2 : Résumé, bibliographie commentée et documents distribués.

Ensuite, Jean Michel Rolando (professeur - IUFM Grenoble, site de Bonneville) a présenté le pendant en sciences : « Les mathématiques au sein d'une démarche d'investigation en sciences expérimentales »

Annexe 3 : Résumé et texte de l'exposé.



4- Table ronde

Elle a été animée par Pierre Léna (Académie des sciences) ; y ont participé : Martin Andler, professeur des universités – Université de Versailles-Saint-Quentin ; Gérard Kuntz, membre du comité scientifique des IREM ; Hélène Merle, maître de conférences à l'IUFM de Montpellier ; Jean-Pierre Raoult, professeur émérite et président du comité scientifique des IREM ainsi que Luc Trouche, professeur des universités à l'INRP.

Annexe 4 : Résumés et/ou textes des interventions

5-Texte de conclusion du colloque

Par Pierre Léna, Académie des sciences - Transcription de l'intervention.

Il est évident pour chacun que, entre les mathématiques et les sciences de l'observation et de l'expérimentation, il y a recouvrement. Ce recouvrement est autant dans la science qui se construit que dans la pédagogie. Vos exemples très divers l'ont montré. Il faudrait, peut-être, citer à nouveau l'exemple des statistiques qui sont, à l'évidence, au cœur des problèmes de société, si bien évoqués par Claudine Robert.

Maintenant vient la question de savoir comment mettre en œuvre ce recouvrement de manière efficace et utile pour les enseignants qui sont nombreux à nous faire confiance. Je me tourne vers nos amis mathématiciens qui nous ont beaucoup apporté ce matin pour dire que, bien sûr, *La main à la pâte* peut essayer, veut essayer mais aussi que nous avons besoin de partenaires. Nous acceptons très volontiers les critiques et les remarques qui sont faites aussi bien sur les documents présents sur le site de *La main à la pâte* que sur d'autres documents qui ont été produits, mais c'est parce que nous l'avons fait, à tort sans doute, sans les mathématiciens et sans ce partage avec les IREM.

L'avenir est à écrire à deux : du côté des mathématiciens comme du côté de *La main à la pâte*, des centres-pilotes qui sont rassemblés ici, la ville « Pollen » Saint Etienne....chacun aura son travail à fournir pour rendre cette action plus concrète.

Il existe un point sur lequel nous pouvons réfléchir et travailler davantage ensemble, ce sont les stages de formation continue. Vous avez lu que la circulaire de rentrée prescrivait une croissance importante des stages de sciences. C'est un message que nous avons essayé de communiquer au Ministère dans l'année écoulée. La circulaire prescrit une augmentation significative des formations, avec un objectif quantitatif de plus d'un doublement du volume des stages sur l'ensemble du pays, et sans doute devrions-nous réfléchir à construire certaines expériences ensemble.

Aussi, du côté des mathématiques, des questions sont-elles ouvertes :



- Faut-il ouvrir une page spécifique de « mathématiques » sur le site actuel de *La main à la pâte* ? Cela, nous ne pourrions pas le faire sans vous.

- Doit-on aller développer les très riches idées qui ont été évoquées ce matin vers un site qui ne soit plus *La main à la pâte* mais « les maths » ? Cela mérite peut-être examen.

Voilà les questions qui sont ouvertes et sur lesquelles nous continuerons à travailler ensemble. Puis, je reprendrai la dernière remarque de Luc Trouche concernant la continuité. Nous savons bien que les constantes de temps du système éducatif sont longues : 10, 15, 20 ans quelquefois, et que les réformes qui se succèdent n'ont pas d'effets concrets. Je peux seulement dire que l'Académie des sciences qui est évidemment présente ici continuera à tenter d'assurer auprès du ministère cette continuité et la persistance dans les messages qui sont passés.

Il me reste, pour conclure vraiment la matinée, à remercier les intervenants de la table ronde pour la qualité de leurs présentations ainsi que celles qui les ont précédées, Robert Germinet, Hervé Jacquemin de La rotonde pour avoir accueilli ce colloque.

Nous avons attendu bien trop longtemps pour faire cette réunion avec nos amis mathématiciens, mais voilà, nous l'avons fait.



Annexes



Annexe 1 : Programme



Colloque « Mathématiques, Sciences expérimentales et d'observation à l'école primaire »

28 septembre 2005

A l'occasion de la Rencontre des centres pilotes/sites Internet *La main à la pâte* et dans le cadre du programme européen Scienceduc

Centre des congrès - Espace Fauriel - 23 rue Ponchardier - Saint-Etienne

9h-9h50 : Allocutions

- M. Germinet, Directeur de l'Ecole des Mines de Saint-Étienne
- M. Charpak, Académie des sciences, Prix Nobel de Physique
- Mme Lesko, Inspectrice d'académie de la Loire
- M. Thiollière, Sénateur-maire de Saint-Étienne
- M. Fraisse, Directeur de l'INRP
- M. Pietryk, Inspecteur général, Président du comité de suivi du PRESTE

9h50-10h30 : La spécificité de la démarche d'investigation en mathématique

Catherine Houdement (Maître de conférences - IUFM de Rouen), Claudine Robert (professeur des universités, Université Joseph Fourier - Grenoble)

10h30-11h : Les mathématiques au sein d'une démarche d'investigation en sciences expérimentales

Jean-Michel Rolando (Professeur - IUFM Grenoble, site de Bonneville)

11h-12h30 : La démarche d'investigation en mathématiques : pour elle-même ? En relation avec les sciences expérimentales ?

Table-ronde animée par Pierre Léna, Académie des sciences

- Martin Andler, professeur des universités - Université de Versailles-Saint-Quentin
- Gérard Kuntz, membre du comité scientifique des IREM
- Hélène Merle, Maître de conférences IUFM de Montpellier
- Jean-Pierre Raoult, professeur émérite, président du comité scientifique des IREM
- Luc Trouche, professeur des universités, INRP

Entrée libre

Prévenir de votre présence par mail : Christine Fayolle (fayolle@emse.fr)



Annexe 2 : Conférence

« La spécificité de la démarche d’investigation en mathématiques »

Catherine Houdement

(Maître de conférences – IUFM de Rouen)

Claudine Robert

(Professeur des universités, Université Joseph Fourier - Grenoble)

Résumé

La main à la pâte développe depuis une dizaine d’années une réflexion et des outils pour un enseignement des sciences à l’école primaire qui privilégie une démarche d’investigation. Nous examinerons les deux questions suivantes :

- Cette démarche concerne-t-elle aussi l’apprentissage des mathématiques, en particulier à l’école primaire ?
- Les situations scientifiques proposées par *La main à la pâte* utilisent des concepts mathématiques. Quelle pourrait être la cohérence avec les apprentissages mathématiques potentiels de l’école primaire ?

Une place particulière sera faite, à propos de ces questions, à l’initiation à la pensée statistique.

Brève bibliographie commentée pour professeurs d’école, essentiellement sur les mathématiques

Pour enrichir ses connaissances sur les mathématiques et les enjeux de l’enseignement

BROUSSEAU G. (2005) *Recherches en Éducation mathématique*. Bulletin APMEP 457. 213-224

Texte de la conférence donnée à Copenhague à l’occasion de la réception du prix Félix Klein 2003 sur la genèse de résultats intéressants en didactique à partir d’observations d’élèves.

CHARNAY R. (1996) *Pourquoi des mathématiques à l’école ?* Éditions ESF. Collection Pratiques et Enjeux Pédagogiques

Un aperçu sur les relations entre culture et mathématique, une vision actuelle de l’enseignement des mathématiques.

FENICHEL M., PAUVERT M., PFAFF N. (Bordas) *Donner du sens aux mathématiques*.

Tome 1. Espace et géométrie (paru 2004)

Tome 2. Les nombres, les opérations, les grandeurs (à paraître octobre 2005)

Ouvrage pour le professeur des écoles qui revisite les mathématiques pour comprendre l'enjeu de l'apprentissage par résolution de problèmes. Il propose des exemples de situations expérimentées pour les cycles 2 et 3.

IFRAH G. (1985) *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*. R. Laffont

Un parcours passionnant dans l'histoire de la numération, pour comprendre la lenteur historique de la maturation de savoirs (l'écriture décimale des nombres entiers), pourtant aujourd'hui si "naturels".

ROBERT C. (2003) *Comptes et décomptes de la statistique. Une initiation par l'exemple*. Vuibert
Pour comprendre les enjeux et les principes de la statistique.

ROUCHE N. (1998) *Pourquoi ils ont inventé les fractions*. Ellipses. L'esprit des sciences.
Pour comprendre la genèse d'un concept mathématique et se convaincre de sa relation à des questions historiquement fonctionnelles et à des problèmes qu'il permet de résoudre.

Ministère de l'Éducation (2005) *Documents d'accompagnement des programmes. Mathématiques Ecole Primaire*. SCEREN-CNDP

Un commentaire pour les professeurs sur les thèmes suivants : *Problèmes pour chercher, Des procédures expertes aux procédures personnelles* (problèmes pour apprendre), *Calcul mental, Calcul posé, Calculatrices, Espace et géométrie, Grandeurs et mesures, Vers de mathématiques en maternelle, Liaison mathématique école collège*.

Pour trouver des propositions d'activités de classe

CERQUETTI (1997) *Les maths ont une histoire* Hachette.

Des propositions d'activités liées à des questions historiques (mesure de distances inaccessibles) ou sociales (notamment mesures anciennes)

ERMEL (1999) *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3*. INRP Didactiques des disciplines.

Propositions d'activités et de leur gestion en classe pour l'apprentissage du raisonnement. Extraits de séances effectives.

IREM de Lille (à paraître) *Mesures et grandeurs à l'école et au collège* (titre provisoire). CRDP de Lille.

Des comptes-rendus d'activités de classe riches en cycle 3 et en 6^e sur la construction et le renforcement du concept de longueur, aire, angle.

ROYE L. dir (2000) *Travaux géométriques : apprendre à résoudre des problèmes au cycle 3*. Groupe Primaire de l'IREM de Lille. CRDP du Nord - Pas de Calais.

Des propositions d'activités amenant les élèves à se poser des questions à propos de reproduction de figures et à contrôler les réponses.

Une revue scientifique pour les professeurs des écoles

La revue *Grand N* de l'IREM de Grenoble¹, bi-annuelle, propose des articles de sciences mathématiques, de physique, de technologie, de biologie qui proposent une réflexion et/ou des exemples d'activités*. Par exemple :

- BERTHELOT , SALIN (1994). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N* n°53. 39-56.
- HOUEMENT, KUZNIAK (1999) Réflexion sur l'enseignement de la géométrie. *Grand N* n°64. 65-78.
- BERTHELOT , SALIN (1999). L'enseignement de l'espace à l'école. *Grand N* n°65. 37-61.
- VERNET- MASSELIN (2000) Reproduction de figures au cycle 3* *Grand N* n°65. 15-34
- PELTIER (2002) Le napperon* (des découpages à anticiper pour comprendre la symétrie axiale) *Grand N* n°68.17-28.
- PIERRARD (2004) Des écrits pour présenter des dessins géométriques* *Grand N* n° 74. 7-31
- TOUCHARD (2004) Opération 'un ballon pour l'école' : un projet scientifique et technique en cycle 3*. *Grand N* n°73. 85-109.
- LAUGIER (2004) Mettre en œuvre la démarche d'investigation : la matérialité de l'air au cycle 3*. *Grand N* n°74. 77-98.
- BLANCHON (2005) L'apprentissage de la démarche scientifique est ce bien raisonnable ?* Un exemple en sciences du vivant (élevage au cycle 3) *Grand N* n°75. 59-76.
- DOUAIRE et al (2005) Savoirs professionnels et spécificités disciplinaires : analyse de mises en commun dans trois disciplines (dont math et biologie) *Grand N* n°75. 45-57.

La revue *Grand N* édite des numéros spéciaux. Par exemple :

- Spécial *Grand N* (2003) *Points de départ* Grand N. IREM de Grenoble : 144 pages

Une compilation d'activités et problèmes mathématiques pour le cycle 3 et le collège, classés par mots clés et type d'apprentissage visé (notionnel ou défi), amenant l'élève à se poser des questions, à faire des essais, à contrôler sa réponse.

Grand N Spécial Sciences physiques et technologie cycle II (1996) : 195 pages

- *Grand N* Spécial Sciences physiques et technologie cycle III (1996) : 240 pages

Une compilation d'articles mettant (déjà) en avant la résolution de problèmes par les élèves et l'intérêt pour l'apprentissage qu'ils posent des questions, émettent des hypothèses, imaginent des solutions, les testent et simultanément rencontrent des mathématiques (cf. Propagation rectiligne de la lumière et proportionnalité au CM).

¹ Revue *Grand N*, IREM de Grenoble, BP 41, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex Tel 04 76 51 46 62

<http://www.crdp.ac-grenoble.fr/imel/index.htm>

Des pistes pour travailler sur l'aléatoire au cycle 3.

Document de travail

Catherine Houdement¹, Claudine Robert²

Saint Etienne, Septembre 2005

Voici des propositions d'activités destinées à être testées, complétées, enrichies, transformées. L'objectif est de sensibiliser professeurs et élèves à l'aléatoire à partir d'expérimentations et d'investigations permettant l'élaboration d'une intuition et d'un mode de pensée pertinents.

Les activités ci-dessous, qui doivent se dérouler sur plusieurs séances, peuvent donner lieu à des prolongements au collège et au lycée.

Activité 1 : A la courte paille

Une classe de CM est divisée en 6 groupes, numérotés de 1 à 6. Chaque jour, un groupe est choisi pour ranger la classe en fin de journée. Pendant un mois, le choix du groupe se fait dans l'ordre : groupe 1, puis groupe 2,..., quand on arrive au 6, on recommence au groupe 1. Puis le professeur propose un nouveau mode de désignation des groupes : chaque jour on choisit le numéro du groupe en lançant un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6.

Avant de commencer, on réfléchit sur la question (1) suivante /

Un groupe choisi un jour a-t-il moins de chances que les autres groupes d'être choisi le lendemain ?

On note chaque jour sur une feuille accrochée dans la classe le numéro choisi, pendant un mois

Après ce mois, on fait le point ; on se repose la question (1).

On réfléchit à ce qu'on pourrait noter sur le cahier d'expériences pour parler des choix qui ont été ainsi faits. Ce n'est pas très intéressant de ne recopier que la liste des 30 résultats.

On peut noter, par exemple :

-combien de fois chaque groupe a été choisi, noter le numéro du groupe le plus souvent choisi, le moins souvent choisi ;

-est-ce que des groupes ont été choisis 2 fois de suite, ou 3 fois de suite, ou 4 fois de suite...

-au bout de combien de jours chaque groupe a été choisi au moins une fois.

Un exemple :

jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Groupe	3	5	4	5	5	3	3	4	1	5	2	6	4	6	1

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	1	5	5	2	2	2	4	2	1	1	5	5	2	2

¹ IUFM de l'Académie de Rouen ; catherine.houdement@rouen.iufm.fr

² Université Joseph Fourier, Grenoble ; Claudine.Robert@imag.fr

Le groupe 2 et le groupe 1 ont été choisis 3 fois de suite. Il a fallu 12 jours pour que tous les groupes passent au moins une fois.

Une synthèse des résultats obtenus

groupe	1	2	3	4	5	6
choisi	7	5	3	5	8	2

Le groupe 5 a été le plus souvent choisi (8 fois), le groupe 6 a été le moins souvent choisi (2 fois).

On réfléchit à nouveau sur la question (1). Et aussi à une autre question (2) :

Est-ce que le mois prochain, ce sera pareil ? C'est-à-dire que le groupe le plus souvent choisi sera encore le plus souvent choisi, il faudra le même nombre de jours pour que tout le monde soit choisi, etc.

On recommence pendant un autre mois à choisir les groupes avec le dé.

Au bout d'un mois, on compare ce qui s'est passé avec les réponses données aux questions (1) et (2). Il se peut que de nouvelles questions se posent ; dans ce cas, voir comment on peut y apporter des éléments de réponse.

Si des élèves le suggèrent, cumuler les résultats des deux mois pour voir combien de fois chaque groupe a été choisi en deux mois.

Exemple :

jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
groupe	3	6	1	1	4	3	6	6	3	1	5	2	6	5	1

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
6	3	4	2	1	5	2	4	1	1	5	1	3	1	6

Les groupes 1 et 6 ont été choisis 2 fois de suite.

Il a aussi fallu 12 jours pour que tous les groupes passent au moins une fois.

Faut-il toujours 12 jours pour que tout le monde soit choisi, comment le savoir ?

Synthèse :

groupe	1	2	3	4	5	6
choisi	9	3	5	3	4	6

Le groupe 1 a été choisi le plus souvent (9 fois), les groupes 2 et 4 ont les moins choisis (3 fois).

Sur les 2 mois, les groupes 2, 3, 4, 6 ont été choisis 8 fois chacun, le groupe 1, 16 fois, le groupe 5, 12 fois. Le groupe 1 est-il favorisé par les dés ?

-Pour le troisième mois, le professeur propose de tirer chaque groupe à la courte paille. Qu'est-ce que ça veut dire ? Comment fabriquer un dispositif qui tire à la courte paille ? Est-ce que ce mode de choix est mieux (plus juste ?), moins bien (moins juste) que le lancer de dé ?

Commentaires pour le professeur

Il ne faut pas toujours 12 jours pour que les 6 groupes soient passés. Pour s'en persuader, on peut demander aux élèves, par binôme, de lancer des dés jusqu'à avoir eu toutes les faces et de compter le nombre de lancers, en notant chaque résultat du dé. On regroupe tous les résultats et on regarde si le 1 est toujours en tête. La 'chance' ou la 'malchance' aux dés non truqués n'existe pas, même si le hasard produit des séries qui peuvent faire douter.

Les questions qui peuvent se poser ne sont pas toujours les mêmes, mais expérimenter permet en général d'avoir des éléments de réponse.

Objectifs statistiques

- donner l'occasion aux élèves de s'exprimer sur les lancers de dés, sur la chance, la malchance.
- voir que les résultats obtenus pour un mois changent le mois suivant
- arriver à dire que comme le dé « ne sait pas sur quoi il est tombé la veille » (il n'a pas de mémoire), si on est choisi un jour, on peut être choisi le lendemain.
- arriver à sentir que si *la chance* aux dés n'existe pas, il existe des séries heureuses ou malheureuses.
- voir que le procédé de choix n'est pas équitable sur 30 jours : tous les groupes ne sont pas choisis le même nombre de fois. Si on continuait à lancer très longtemps des dés, par exemple au bout de 1000 lancers, les proportions de chaque face commenceraient à être proches de 1/6.
- analyser deux dispositifs de choix et réfléchir s'il s'agit de « la même sorte de variabilité ». On pourra dire ici que les dispositifs sont conçus pour n'avantager aucun choix : d'où le nom de « chances égales ». On pourrait dire « malchances égales », mais ce n'est pas l'habitude.

Objectifs scientifiques transversaux

Réflexion sur les expériences à mettre en place et sur ce qu'on note sur le cahier d'expériences, donc sur la synthèse et le cumul de plusieurs expériences. Bien formuler les questions.

- Analyser une liste de nombres
- Comparer deux procédés expérimentaux
- Cumuler des résultats.
- Ne pas généraliser trop vite (par exemple, ici sur le nombre de jours qu'il faut pour que tous les groupes soient passés). Chercher à faire d'autres expériences pour vérifier des conjectures (ici : il faut 12 jours pour que tous les groupes soient passés).

Activité 2 : Art et hasard.

Matériel. Les élèves sont en binôme et reçoivent deux dés identiques, chacun ayant *trois faces bleues et trois faces jaunes*.³

Monsieur Alea, artiste, décide de produire une oeuvre « au hasard » ; pas n'importe quelle oeuvre : il veut qu'elle soit constituée de 3 tableaux de 20 gommettes dont les couleurs sont tirées aux dés. Il adopte le principe suivant pour **obtenir** la couleur d'une gommette. Il lance deux dés :

- s'il obtient deux faces bleues, il prend une gommette bleue,
- s'il obtient deux faces jaunes, il prend une gommette jaune,
- s'il obtient une face bleue et une face jaune, il **prend** une gommette verte.

Il a ainsi fait une série de 3 tableaux.⁴

1- À une série de 3 tableaux de M. Alea s'est ajoutée une autre série, dont on ignore la provenance ; avez-vous des idées pour attribuer une des séries à M. Alea ?

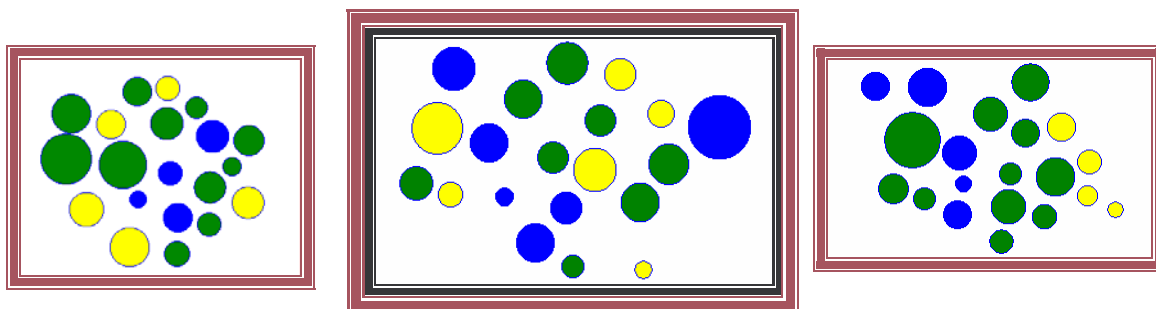
- Quelle expérience allez vous faire ? Comment noterez-vous les résultats ?
- Pouvez vous expliquer votre choix ?

³ on trouve dans le commerce des dés dont toutes les faces sont blanches et prêtes à être coloriées.

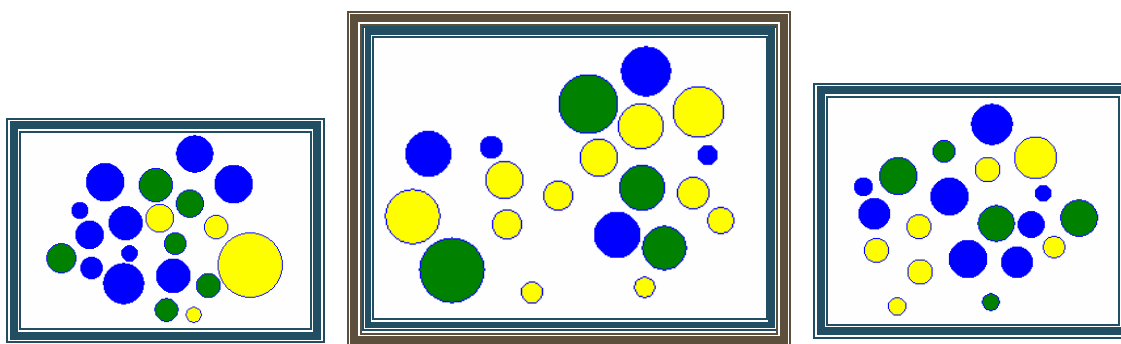
⁴ si les couleurs se distinguent mal dans la photocopie en noir et blanc de ces pages :

Gommettes	bleues			jaunes			vertes		
tableaux de la série 1	4	6	5	5	6	4	11	8	11
tableaux de la série 2	10	5	8	4	11	7	6	4	5

Pour cette activité, le professeur pourra élaborer à l'avance de tels tableaux, en lançant effectivement les dés. Par contre c'est la tâche des élèves que de penser à dénombrer les gommettes.



Série 1



Série 2

Les questions suivantes sont en progression et on peut ne pas toutes les faire avant de passer à la question complémentaire.

2- Les élèves se mettent par groupes de 3. Chaque groupe prépare un choix de couleurs de gommettes pour une série (3 tableaux), avec les deux dés identiques, à la manière d'Aléa. Il suffit pour cela que dans chaque groupe, un élève prépare les couleurs pour un tableau de 20 gommettes.

Comparaison des résultats par groupe.⁵

Est-ce que cela change ou confirme votre réponse à la question 1 ?

Si on regroupe les résultats de toute la classe qu'observe-t-on ?

Est-ce que cela change ou confirme votre réponse à la question 1 ?

Exemple :

Dans une classe de 24 élèves, on a trouvé respectivement 203 gommettes bleues, 162 gommettes jaunes, 355 gommettes vertes (soit environ 28%, 23%, 49%).

Dans une classe de 21 élèves, on a trouvé respectivement 176 gommettes bleues, 148 gommettes jaunes, 309 gommettes vertes (soit environ 27%, 23%, 50%).

⁵ Les comparaisons entre groupes peuvent se faire sur le nombre de gommettes de chaque couleur (puisque que tous en ont tiré 60 gommettes) OU sur le pourcentage de gommettes de chaque couleur (proportion ramenée à 100). Ce sont ces pourcentages qui peuvent être comparés à celui de la classe entière.

3-M. Alea a une commande pour 10 séries de 3 tableaux. Il tient à faire le tirage des couleurs lui-même, juste au moment d'élaborer le tableau. Les gommettes sont vendues par paquets de 50 gommettes toutes de la même couleur. Un paquet coûte assez cher (ce sont des gommettes d'artiste !). S'il manque de gommettes d'une couleur, on peut en recommander une série, mais c'est un peu compliqué.

Combien de séries commander ?

Chacun donne sa réponse et justifie son choix de commande.

4-L'assistant de M. Aléa hésite entre les 3 commandes suivantes :

1-achat de 12 paquets de gommettes de chaque couleur ;

2-achat de 4 paquets de chaque couleur ;

3-achat de 3 paquets de jaunes, 3 paquets de bleues, 6 paquets de vertes.

Que pensez-vous de chacune de ces trois commandes ?

M. Alea arrive et lui dit que cela ne va pas. Il dit aussi qu'il a déjà fait ce type de tableaux, avec des carrés de couleurs et qu'avec 4 paquets de jaunes, 4 paquets de bleues, 7 paquets de vertes, ça devrait aller.

Quels peuvent être les arguments de M. Alea contre les 3 commandes ? Que pensez-vous de sa propre commande ?

5-Questions complémentaires à poser, même si tout le reste n'a pas été fait.

Si on lance un dé ayant 3 faces bleues et trois faces jaunes, le bleu et le jaune ont-ils des chances égales ?

Si on lance deux dés, à la manière de M. Alea, les trois couleurs de gommettes ont-elles des chances égales ?

Commentaires pour le professeur

Commentaires sur les questions

A la fin de la question 2, on peut penser que la première série est celle de M. Alea parce qu'il y a plus de gommettes vertes que de gommettes bleues ou jaunes, comme dans les expériences que les élèves font pour cette question. On peut demander à un élève qui garde la position « la deuxième série est celle de M. Alea » d'essayer de la justifier, mais on ne peut pas lui dire qu'il a tort : on ne peut pas ici donner une réponse certaine.

Pour la question 3 : pour 30 tableaux, 600 gommettes sont nécessaires.

Dans 1, on achète 600 gommettes de chaque couleur. Il ne pourra pas en manquer, mais il en restera 1200 inutilisées, ça fait beaucoup.

Dans 2 et 3, on achète 600 gommettes en tout. Cela ne peut pas convenir : avec les dés on ne peut pas savoir exactement combien de gommettes de chaque couleur sont utilisées.

L'achat de M. Alea part d'une répartition avec un quart de gommettes bleues, un quart de jaunes et la moitié de vertes ; mais il *prend de la marge*, à cause du tirage aux dés et à l'incertitude que cela introduit ; son choix semble conforme à ce qu'on a observé dans la question 2 ; comme le dit M. Alea, ça devrait aller, mais on n'en est pas sûr .

Pour les questions complémentaires,

-pour un dé, on peut argumenter : quand il y a autant de faces de chaque couleur, les chances sont égales.

-pour le lancer des deux dés, on constate expérimentalement qu'il y a plus de chances pour le vert, qu'il semble que les chances de rouges et jaunes soient égales. On peut observer expérimentalement qu'il y a *environ* un quart de gommettes bleues, un quart de jaunes et la moitié de vertes. On peut peut-être aller jusqu'à considérer les 4 possibilités (bleu, bleu), (jaune, jaune), (bleu, jaune) et (jaune, bleu) qui elles ont des chances égales, donc une chance sur quatre chacune ; si on additionne les chances de (bleu, jaune) et (jaune, bleu), on trouve deux

chances sur quatre, soit une chance sur deux : il s'agit là de considérations difficiles à ce niveau, il faudrait essayer ...

Objectif Statistique :

- travailler avec des dés, donc avec de l'incertitude sur le résultat de chaque lancer.
- voir que ce n'est pas parce qu'il y a 3 couleurs possibles que celles-ci ont des chances égales.
- avec une « analyse des chances », même pour les dés, on peut faire des prévisions ; mais il faut se *laisser de la marge* : on ne peut jamais prévoir exactement.

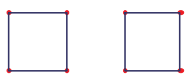
Objectif scientifique transversal :

- Réfléchir, expérimenter, raisonner et faire des calculs pour prendre une décision, même lorsque les dés s'en mêlent.
- dans certaines situations, on ne peut pas répondre avec certitude : ces situations sont appelées aléatoires, par opposition à celles déterministes.
- objectif mathématique : calculer mentalement, inférer des hypothèses, raisonner, distinguer certitude et aléa. Pour le regroupement des résultats de la question 2, le professeur peut tracer au tableau une colonne pour chaque couleur, et chaque groupe vient inscrire ses résultats. Il s'agira ensuite de faire la somme.

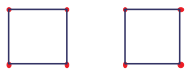
Activité 3 : Qui peut le plus ?

D'après une activité menée à l'Ecole active bilingue Jeanne Manuel (Paris), en cycle 2.

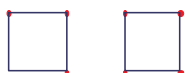
Organisation : élèves en binôme.



Matériel : un dé par binôme et une piste (pour que roule le dé), une feuille (comme ci-contre à gauche) pour chaque élève.



Cette activité est d'abord une activité numérique, prétexte à du calcul; les dés sont utilisés pour la construction de nombres « au hasard ». Une exploitation statistique consiste à récupérer les résultats des lancers de dés et à les étudier.



Présentation du jeu : il s'agit d'obtenir le plus grand nombre possible dans la case inférieure (dans l'exemple 109). Ce nombre est obtenu comme la somme de trois nombres à deux chiffres (cases au dessus). Les nombres à deux chiffres sont obtenus par tirage aux dés.

Phase 1 : 1^{er} jeu

Construction des données

1- Dans chaque binôme, un élève lance un dé. Chaque élève du binôme choisit de placer le nombre obtenu dans une case de la première ligne, soit dans la case de droite, soit dans celle de gauche.

Puis c'est au tour du second élève du binôme de lancer. Chaque élève place alors le nombre dans la case restée vide de la première ligne.

2- On recommence pour la deuxième et troisième ligne.

3- On additionne les trois nombres obtenus et on met le résultat dans la case du bas (voir figure ci-dessus, à droite)

Comparaison des sommes dans la classe :

- Quel est le plus grand nombre obtenu ? Tout le monde pouvait-il l'obtenir ? Quelle est le plus grand nombre possible ?
- Est-ce que certaines faces apparaissent plus souvent que d'autres quand on lance les dés ?
Ces questions ne seront pas étudiées tout de suite ; une mise en commun orale suffit.

Phase 2 : 2^{ème} jeu

On recommence l'ensemble. *Nouvelle mise en commun, brève.*

Phase 3 : Ecrire des règles pour le placement du premier chiffre obtenu avec le dé.

Phase 4 : *Mise en commun, examen de certains règles et commentaires.*

Par exemple

Règle de Julie : si le premier dé donne 6, j'écris 6 à gauche.

Règle de Maud : si le premier dé donne 5, j'écris 5 à gauche.

Règle de Kevin : si le premier dé donne 1, j'écris 1 à droite.

Quelles règles sont toujours gagnantes ? souvent gagnantes ?

Voici plusieurs nombres obtenus par deux enfants. Pouvez vous dire (et expliquer) si les binômes suivants ont pu les trouver ?

- 56 trouvé par Maud +Julie ? oui et le 5 est sorti d'abord
- 41 trouvé par Julie +Kevin ? oui et le 1 est sorti d'abord
- 16 trouvé par Kevin+Julie ? non d'après la combinaison des règles portant leurs noms

Phase 5 : nouvelle question

Consigne : vous avez beaucoup joué aux dés ; avez-vous l'impression qu'il y a des chiffres qui reviennent plus souvent ? Comment faire pour savoir ?

Ecoute des propositions et utilisation des feuilles déjà remplies.

Phase 6 : rédaction sur le cahier d'expériences à partir des feuilles de chacun et des résultats notés à chaque phase ; conclusion après plusieurs séances avec les élèves ; par exemple : aux dés les chiffres ont tous « la même chance », avec la règle de Maud, on gagne 5 fois sur 6, etc.

Variante

On peut aussi recommencer l'expérience avec des dés à 10 faces numérotées de 0 à 9.

Commentaires pour le professeur

Commentaires sur les questions

Certaines faces des dés peuvent être nettement plus fréquentes que d'autres sur un petit nombre de lancers, mais « à la longue » cela s'équilibre. Cependant, on ne peut pas prévoir à l'avance, sur 30 lancers de dés par exemple, quelle sera la face la plus fréquente : on peut avoir 8 fois le chiffre 2 et moins de 8 fois tous les autres chiffres, mais le chiffre le plus souvent atteint peut être n'importe quel chiffre entre 1 et 6. Aussi, si un élève dit « moi, je tombe souvent sur 2 », un petit nombre de lancers (une trentaine) a de bonnes chances de mettre son assertion en défaut.

Les nombres qu'on peut obtenir sont entre 11 et 66. Si on plaçait le chiffre obtenu avec le premier lancer toujours à gauche, on donnerait à tous les nombres entre 11 et 66 des chances égales. Le but du jeu est de définir des règles de choix de position du premier chiffre grâce auxquelles tous les nombres entre 11 et 66 n'auront plus des chances égales, certains nombres ayant même des chances nulles (16 avec l'application combinée des règles de Julie et Kevin).

Les règles de Julie et Kevin sont toujours gagnantes. La règle de Maud est *gagnante* si le deuxième dé tombe sur 1,2,3,4 ou 5 : s'il tombe par exemple sur 4, on trouve 54 qui est supérieur à 45, et on convient de dire qu'on gagne aussi si le deuxième dé tombe sur 5. Cette règle est perdante si le deuxième dé donne 6 : on a 56 alors que les deux chiffres permettaient 65 ; la règle a donc 5 chances sur 6 d'être gagnante.

Une règle qui place le 4 toujours à gauche est gagnante 4 fois sur 6.

Pour le 3, une règle qui le place à gauche est gagnante si le deuxième dé tombe sur 1,2,3, donc 3 fois sur 6. Une règle qui le place à droite est gagnante si le deuxième dé tombe sur 3,4,5,6, donc 4 fois sur 6 : c'est mieux de le placer à droite.

Une règle qui place le 2 toujours à droite est gagnante 5 fois sur 6

Objectif statistique

-raisonner « en milieu aléatoire »

Objectif mathématique : manipuler et comparer des nombres, calculer.



Annexe 3 : Conférence

« Les mathématiques au sein d'une démarche d'investigation en sciences expérimentales »

Jean Michel Rolando

Formateur en sciences physiques à l'IUFM de Grenoble (site de Bonneville, 74)

Résumé

A travers les exemples choisis en cycles 2 et 3, nous chercherons à préciser les conditions d'un apprentissage scientifique effectif et l'interdisciplinarité possible avec les mathématiques. Nous développerons l'idée que les outils de la pensée (concepts scientifiques, raisonnements mathématiques...) se construisent en relation étroite avec une situation qui leur donne sens avant de devenir des objets d'étude à part entière.

Résumé de l'intervention rédigé d'après les notes de Sophie Decemme, IEN stagiaire

On sait bien que les mathématiques sont indispensables à la physique. Mais ce qui est vrai à l'université ou au lycée l'est-il aussi à l'école primaire ? Les outils dont doivent disposer les jeunes élèves pour comprendre les situations qui leur sont proposées en sciences expérimentales sont avant tout des outils langagiers et il convient de se méfier d'une mathématisation précoce qui, dans certains cas, ne réussit qu'à occulter le sens scientifique du sujet abordé². Pour autant, on se rend bien compte qu'il faut déployer une activité intellectuelle plus ou moins complexe dès lors qu'il s'agit de s'approprier la moindre situation scientifique, même très simple. Peut-on mieux délimiter ce que seraient ces « outils intellectuels » sur lesquels s'appuierait la pensée scientifique ? Il serait intéressant qu'ils ne constituent pas un réseau trop vaste et qu'ils puissent être communs à un ensemble assez étendu de situations expérimentales³. Cela conférerait à celui qui les maîtrise un savoir unifié donc économique.

² - Rolando J.-M., « L'intégration des résultats de la recherche dans la formation des enseignants », IUFM de Grenoble, *Cahiers du séminaire R2I*, n°1, 1993

³ - Si les exemples sont issus du champ des sciences expérimentales, l'analyse qui est menée dans ce texte s'appuie largement sur des travaux de didacticiens des mathématiques et en particulier sur DOUADY Régine, *Jeux de cadres et dialectique outil – objet dans l'enseignement des mathématiques*, Thèse Paris VII, 1984

Un exemple, pour fixer les idées

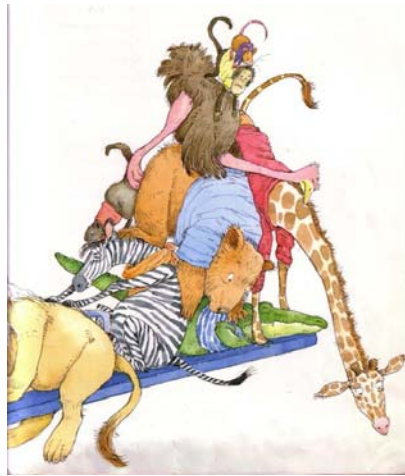
Il concerne la notion de masse et l'approche de sa mesure en début de cycle 2⁴. Il se décline en deux situations.

1. Des situations de déséquilibre autour de bascules

Le point de départ est l'album⁵ *un tout petit coup de main*⁶

- L'histoire

Un éléphant veut faire de la balançoire avec une souris mais la planche, évidemment, ne bascule pas. Ils font alors appel à d'autres animaux qui s'entassent en face de l'éléphant, mais toujours sans succès, jusqu'à ce qu'un petit coléoptère vienne se poser. La planche bascule enfin.



dans : Tomp Ann, Munsinger Lynn, *Un tout petit coup de main*, L'école des loisirs

- Les activités menées avec les élèves

- La situation a été reproduite avec une grande bascule et des animaux en peluche.

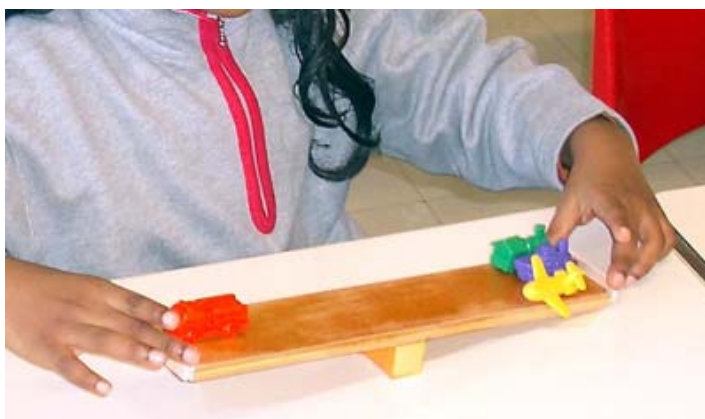


⁴ - Ce compte-rendu s'appuie sur le mémoire professionnel réalisé en 2004-2005 par Sylvia Mougey et Émilie Thévenot, P.E. stagiaires à l'IUFM de Bonneville.

⁵ - Il y aurait à réfléchir aux conditions à respecter pour que l'utilisation d'albums dans le cadre des sciences expérimentales soit fructueuse. Nous ne développons pas davantage ce point mais nous supposons qu'elles sont réunies.

⁶ - Tomp Ann, Munsinger Lynn, *Un tout petit coup de main*, L'école des loisirs

Une difficulté est apparue : les élèves admettent difficilement que la balance puisse basculer du côté où il n'y a qu'un seul animal alors qu'il y en a plusieurs de l'autre côté. Pour les aider dans cette distinction, il leur a été demandé de reproduire la situation autour de petites bascules, avec de petits objets, en faisant en sorte qu'un seul objet d'un côté de la bascule soit plus lourd que trois objets de l'autre côté.



- Enfin, après expérimentation, les élèves ont fait une représentation schématique de leurs résultats.

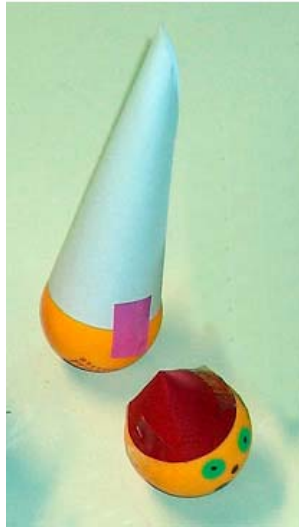
Dans cette démarche, les élèves sont passés progressivement d'une situation assez ludique et ouverte à des activités de plus en plus centrées sur l'objet de l'apprentissage.



2. Des situations de déséquilibre autour de culbutos⁷

Après un temps d'appropriation consistant à jouer et à reconnaître, parmi un ensemble d'objets, ceux qui sont des culbutos et ceux qui n'en sont pas, les élèves ont été engagés dans la fabrication d'un culbuto.

⁷ - Nous nous sommes inspiré du travail de J.P. Chauvin, J.P Dumont et E. Villard, réalisé à Mâcon (71) et relaté sur le site de « la main à la pâte »



- À partir d'une balle de « ping-pong » dont une partie a été découpée, les élèves émettent des hypothèses sur ce qu'il convient de mettre à l'intérieur (coton, petits cailloux, eau, pâte à modeler, perles, etc.).



- Les hypothèses ont ensuite été testées et chacun a fabriqué son culbuto.

3. Mise en relation des deux activités précédentes

- D'autres culbutos ont été fabriqués : un petit pot en verre est lesté par deux morceaux de pâte à modeler collés de manière diamétralement opposée sur sa surface intérieure. Ainsi, le petit pot bascule du côté du morceau le plus lourd. Le morceau le plus léger n'a pas d'utilité scientifique mais il est là pour que les élèves repèrent mieux la ressemblance entre leur culbuto et la bascule de la situation précédente.



- Régulièrement, les activités relatées plus haut se terminaient par un moment de formulation destiné à « mettre en mots et en phrases » les conclusions des situations vécues (la planche bascule, elle bascule du côté le plus lourd, le culbuto se redresse, etc.). À la fin des deux séquences qui viennent d'être décrites, un moment de synthèse a été entrepris de manière à mettre en perspective les différentes formulations qui, peu à peu, sont devenues familières aux élèves. L'objectif est de parvenir à ce qu'ils formulent deux phrases structurellement identiques pour expliquer ces deux situations :

- la planche bascule du côté où les animaux sont les plus lourds
- le pot bascule du côté où la pâte à modeler est la plus lourde.

Ces deux situations se résument finalement par la formulation commune suivante, adoptée par les élèves et la maîtresse de la classe : « Ça bascule du côté du plus lourd ».

- Ainsi, des situations ayant des « traits de surface » différents se résolvent avec des outils intellectuels identiques. C'est une économie pour la pensée, et ça le serait d'autant plus si les élèves pouvaient se rendre compte, par de nouvelles activités appropriées, que ces outils sont pertinents pour d'autres situations encore (citons par exemple les poulies).

Le commun sous la diversité

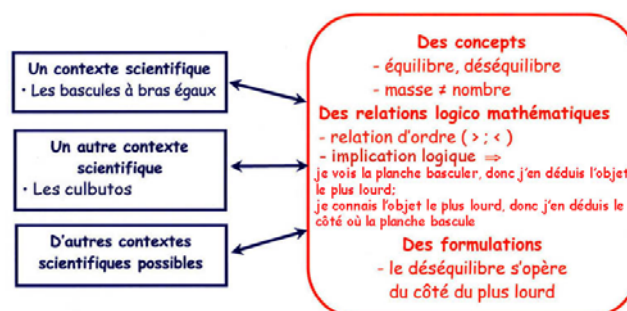
- Coup d'œil sur les textes officiels

L'idée que nous venons de développer apparaît avec force dans les documents d'application des programmes de sciences et technologie du cycle 3. Nous pensons qu'elle est pertinente pour tous les cycles.

Le plus souvent, la connaissance ne s'établit pas immédiatement et définitivement à l'issue de l'activité de recherche. Des activités complémentaires sont en général souhaitables pour permettre à l'élève de percevoir la pertinence et l'étendue de ce qu'il vient d'apprendre. Une connaissance nouvellement acquise sera plus solide si elle est mise en relation avec une autre, de façon à faire percevoir une cohérence qui n'apparaît pas spontanément. Il est de la responsabilité des enseignants d'envisager cet aspect comme partie intégrante de la démarche. Le savoir n'a pas vocation à encombrer la mémoire, mais à constituer une économie de pensée.

Pour de jeunes élèves, une balance à bras égaux n'est pas la même chose qu'un culbuto. C'est par des activités menées autour de ces deux situations, puis par l'analyse de ce qu'elles ont en commun, abstraction faite de leurs différences, que les élèves ont pu entrevoir qu'elles s'interprètent par des concepts et des relations logiques identiques.

- Un schéma pour préciser



- Ce schéma vise à représenter une composante importante (qui, certes, n'est pas la seule) d'un apprentissage en sciences expérimentales.

« Savoir », en sciences, ce serait disposer d'un cadre conceptuel opérationnel, c'est-à-dire disponible pour être mobilisé dans l'interprétation de contextes variés. Vu sous cet angle, le cadre conceptuel a le statut d'un *outil* au service de la compréhension d'un ensemble de situations physiques.

- Les programmes de mathématiques abordent le concept de masse en particulier au cycle 2 par le biais de sa mesure et d'activités autour de balances. On trouve, dans les manuels de mathématiques, de nombreux exercices qui permettent de travailler sur les aspects logiques des situations d'équilibre ou de déséquilibre de bascules ou de balances. Il s'agit ici d'une seconde composante importante de l'apprentissage. Le savoir n'est pas vu ici (ou très peu) comme un *outil* au service d'une autre discipline, mais comme un *objet* d'étude et d'enseignement. Il est étudié pour lui-même, indépendamment des contextes dans lesquels il intervient. C'est également une condition de sa bonne appropriation.

Conclusion

Sans vouloir le moins du monde tomber dans la critique facile et stérile, il semble qu'il y ait deux dérives symétriques dans les enseignements scientifiques à l'école.

- La première apparaît surtout dans les classes maternelles où des activités souvent riches et variées sont proposées aux élèves, mais sans aller jusqu'à l'exploitation qui consiste précisément à structurer l'apprentissage rendu possible par celles-ci et à le rendre explicite pour les élèves. Au-delà des activités et au-delà de leur caractère souvent ludique, les élèves doivent se rendre compte qu'ils sont en train d'apprendre et identifier ce qu'ils sont en train d'apprendre. Pour revenir à nos exemples, les élèves ne doivent pas seulement retenir qu'ils ont joué avec des bascules et des animaux en peluche...

- La deuxième guette davantage les classes primaires. Elle consiste à centrer trop vite les élèves sur les notions et sur les exercices d'entraînement. À négliger les contextes dans lesquels les notions sont pertinentes, on omet d'explicitier leur sens donc leur intérêt, et on court le risque de détourner des sciences ceux qui n'ont pas les références culturelles pour le percevoir par eux-mêmes.

- C'est donc bien dans un va et vient permanent entre les situations qui fournissent le sens et le cadre conceptuel qui fournit l'outillage intellectuel que s'opèrent les apprentissages.

- Au-delà de l'exemple choisi, il serait intéressant de savoir si ce schéma est généralisable. La réponse est loin d'être évidente mais la question mérite d'être examinée. Une réponse affirmative orienterait le travail et les programmations des enseignants.



Annexe 4 : Table ronde

La démarche d'investigation en mathématiques : Pour elle-même ? En relation avec les sciences expérimentales ?

Animée par Pierre Léna, Académie des sciences

Exposants :

- Martin Andler,
professeur des universités, Université de Versailles-St-Quentin
- Gérard Kuntz, membre du comité scientifique des IREM
- Hélène Merle, maître de conférences à l'IUFM de Montpellier
- Jean-Pierre Raoult, professeur émérite, président du comité scientifique des IREM
- Luc Trouche, professeur des universités, INRP



Martin Andler

Professeur des universités – Université de Versailles-Saint-Quentin

(Transcription de l'intervention)

En tant que mathématicien, président d'ANIMATH, j'ai mené une réflexion sur les différentes façons de pratiquer les mathématiques essentiellement dans le secondaire, mais peut être mes remarques seront-elles pertinentes pour l'enseignement primaire aussi.

Il existe une opposition traditionnelle entre mathématiques et sciences de la nature. D'un côté, il y a les mathématiques caractérisées par la démonstration, la démarche déductive, l'abstraction et la construction formelle à partir d'axiomes (le triplet : définition – théorème – démonstration) et dont la conclusion parfois retenue par certaines personnes (dont certains ministres) est que les mathématiques sont une discipline parfaitement stérile.

D'autre part, il y a les sciences de la nature, les sciences expérimentales qui se caractérisent par l'expérience, l'observation, le caractère concret, la démarche déductive. La conclusion retenue (par les mêmes ministres) est qu'il s'agit d'une discipline fertile.

Mon point de vue est que cette opposition n'est pas très intéressante et qu'il faut la dépasser. Cela demande un effort énorme de la part des mathématiciens. La vision traditionnelle des mathématiques est de parler même pas « des mathématiques » mais de parler de « la Mathématique » avec un grand M puis même parfois de parler « du mathématique ». Ce dont il est question est de faire passer quelque chose de très profond, d'essentiel : la démarche mathématique profonde qui serait « le mathématique ». Les rapports avec les autres sciences, avec le reste du monde n'ont pas beaucoup d'importance. Nous devons donc, nous mathématiciens, aller surmonter l'opposition entre mathématiques et sciences naturelles et nous débarrasser de cette attitude hautaine qui nous a considérablement nui.

Très schématiquement, les mathématiques à tous les niveaux consistent en 45 % d'observation, 45 % de démarche expérimentale et 10 % de démonstration. C'est à peu près l'équilibre qu'il y a dans l'activité d'un mathématicien chercheur qui travaille sur un problème donné. Il passe beaucoup de temps à se familiariser avec une situation, à jouer avec les objets mathématiques. Évidemment, la situation est déterminée par des objets mathématiques, des objets abstraits qui acquièrent une réalité qui fait que l'on peut les observer. On peut expérimenter avec, puis, une fois qu'on a compris que quelque chose a des chances d'être vrai, on peut éventuellement passer à la phase de démonstration. Elle peut durer plusieurs années, on essaye, on rate, on n'y arrive pas....

Pourquoi n'y arrive-t-on pas ? Parce qu'on doit revenir constamment aux phases précédentes d'observation, et finalement on apprend comment peut-être écrire une démonstration.

Dans l'enseignement traditionnel, toute cette phase disparaît complètement, et on dit : « les mathématiques, c'est la démonstration ». C'est évidemment faux dans les mathématiques telles qu'elles sont faites par les mathématiciens chercheurs, ainsi que pour la grande quantité d'activités mathématiques qui sont faites par des gens qui ne sont pas des mathématiciens professionnels (physiciens, ingénieurs, économistes ou autres).

Que peut-on dire sur l'enseignement élémentaire ?

D'abord, il est clair que l'aspect démonstration est exclu. On ne fait pas de démonstration dans le primaire. Si on fonde l'idée que les mathématiques, c'est de la démonstration, et que l'on supprime la démonstration, il ne reste plus grand-chose, ce qui pose donc des problèmes. Il faut donc se fonder sur autre chose. Que reste-t-il ? Une activité linguistique qui est l'activité d'apprentissage de la numération et puis l'activité scientifique qui est centrée sur la démarche expérimentale et l'observation d'objets mathématiques. Comment les deux choses peuvent-elles se rapprocher ? Quand on apprend les tables de multiplication, on acquiert un terreau sur la base duquel on peut faire des expériences numériques. Par exemple, une des choses compliquées à faire passer en mathématiques est l'idée que la multiplication est une opération commutative. Si on a un certain nombre d'exemples de la commutativité dans les tables de multiplication, y compris le résultat le plus compliqué à retenir : $7 \times 8 = 56 = 8 \times 7$, si on le sait à ce moment-là, on peut construire quelque chose d'expérimental aussi. Par exemple, une expérience géométrique de comparaison de rectangles de côtés 7×8 contre 8×7 , on a une base pour construire un travail vraiment expérimental. D'une manière globale, l'acquisition des mécanismes des opérations constitue un terreau sur lequel on peut travailler. Ça ne veut pas dire pour autant que ce travail purement abstrait sur les nombres soit dissocié d'un travail d'observation. Un autre exemple : si on divise 365 par 7, le quotient est 52 et le reste 1. Cela veut dire que, dans une année, il y a 52 semaines et 1 jour. Si le 1^{er} Janvier 2005 était un samedi, le 31 décembre 2005 sera aussi un samedi. Croyez-vous que la vérité numérique incontestable est suffisamment convaincante pour ne pas aller vérifier sur un agenda ? Aucun mathématicien ne va jamais se contenter d'avoir fait un calcul sans le vérifier. On ne se contente pas du résultat abstrait.

Il y a toute une série de choses que l'on peut faire dans lesquelles il y a un lien entre une activité numérique abstraite et une activité géométrique concrète. C'est dans ce type de direction qu'il faut aller, ce qui est aussi parfaitement justifié par la nature profonde des mathématiques.



Gérard Kuntz
Membre du comité scientifique des IREM

(Résumé)

Assurer une meilleure compréhension de la place des mathématiques dans le domaine scientifique est un moyen de renforcer la solidité de la démarche de *La main à la pâte* et d'en élargir le champ. C'est aussi la possibilité pour l'esprit de *La main à la pâte* d'entrer au collège et au lycée : l'application des dix principes serait sans doute un utile remède à l'ennui et à la démobilitation qui gangrènent l'enseignement à ces niveaux. Au moins faudrait-il essayer. La démarche « en tache d'huile » de *La main à la pâte* est-elle conciliable avec les programmes ? Avant de répondre par la négative, il serait bon de tenter l'aventure ! Une participation de certains enseignants de mathématiques à cette réflexion et à l'élaboration d'activités dans l'esprit de *La main à la pâte* me paraît indispensable. La Copirelem, les IREM et l'APMEP pourraient prendre leur part à ce chantier. Le bénéfice en retour pour les mathématiques en tant que discipline d'enseignement, serait sans doute considérable : une plus grande participation des élèves à leur formation conduirait à une meilleure compréhension de leur part, à moins d'ennui et à une certaine « réussite » mobilisatrice. L'étude de problèmes interdisciplinaires permettrait de dégager le sens de l'activité scientifique et de comprendre l'importance de l'expression et de la communication. Eratosthène ne déparerait pas le collège où l'on pourrait lui donner d'utiles prolongements allant jusqu'au lycée : la détermination des distances dans le système solaire et dans l'univers, de la parallaxe à l'effet Doppler-Fizeau, voilà de quoi faire dresser l'oreille aux plus blasés !

La rencontre d'aujourd'hui confirme que *La main à la pâte* est accueillante aux mathématiques. Ses responsables savent que sciences et mathématiques ont partie liée. Je souhaite que les enseignants de mathématiques et leurs organisations prennent part à l'élaboration de ressources de qualité pour son site. Ils ont beaucoup à gagner en s'inspirant de *La main à la pâte* et de son expérience pour renouveler l'enseignement de leur propre discipline.

Bibliographie

- Kuntz G., 1999. « Expérimenter et prouver. Faire des mathématiques au lycée avec des calculatrices symboliques ». *Repères-Irem* n° 34 : 75-78.
- Durand-Guerrier V., Dias Th., 2005. « Expérimenter pour apprendre des mathématiques ». *Repères-Irem* n° 60 pages 61-78.

- Bettinelli B., 2001. « Actions géométriques avec un ensemble de gabarits ». *Repères-Irem* 43: 5-27.

- Lambert G., 2004. « Volume d'une sphère ». *Bulletin de l'APMEP* 455 : 823-828.

- Groupe «Atelier » de l'Irem de Strasbourg, 2004. « Spirales végétales et suites de Fibonacci : Un atelier mathématique pour les enfants ». *Bulletin de l'APMEP* 455: 759-778.

- Robert Cl. et Treiner J. 2004. « Une double émergence ». *Bulletin de l'APMEP* 453 : 499-510.

-« La main, l'outil et le cerveau ». Gérard Kuntz. *Bulletin de l'APMEP* n° 453. p. 548-558. 2004.

La modélisation. Fascicule du Comité scientifique des Irem. Disponible sur le portail des Irem <http://www.univ-irem.fr/> (rubrique « comité scientifique »).

Mathématiques en ligne. Fascicule du Comité scientifique des Irem. Disponible sur le portail des Irem <http://www.univ-irem.fr/> (rubrique « comité scientifique »)



Helène Merle
Maître de conférences, IUFM de Montpellier

(Résumé)

Les programmes de géométrie de l'école élémentaire (2002) mettent l'accent sur l'acquisition des connaissances spatiales et présentent l'enseignement de la géométrie comme un vecteur de la construction de l'espace chez l'enfant. L'élève doit donc être confronté à des activités de modélisation du monde sensible qui mettent en jeu des connaissances géométriques et montrent que ces connaissances aident à résoudre des problèmes dans le monde réel.

Les situations que nous présentons s'inscrivent dans cette démarche mais elles présentent deux spécificités. D'une part, elles s'appuient sur des situations mettant en jeu des concepts physiques, à savoir le concept de champ visuel pour un observateur situé devant un obstacle pour la première, celui de hauteur du soleil pour la seconde. D'autre part, elles s'adressent à des élèves n'ayant pas nécessairement abordé le concept géométrique permettant de résoudre le problème, à savoir le concept d'angle et elles peuvent permettre la construction de ce concept. Or, la grandeur angle est réputée comme particulièrement difficile pour les élèves : pour nombre d'entre eux, l'angle est perçu comme la donnée de deux segments ayant une extrémité commune et des supports distincts, si bien que deux figures qui ne diffèrent que par la longueur des côtés apparaissent comme représentant des angles différents. Les situations choisies présentent l'intérêt d'invalider le rôle de la longueur des côtés, puisqu'elles mettent en jeu l'idée de direction. De plus, elles permettent de donner du sens au concept pour les élèves qui construisent progressivement la notion dans l'espace sensible, puis dans la classe lors de la modélisation des situations sur papier. Les résultats obtenus montrent une bonne appropriation du concept par les élèves.

Un exemple pratique d'interdisciplinarité mathématiques – physique
Construction du concept d'angle à partir de situations physiques

(Texte de la présentation)

Communication à partir d'un travail réalisé en collaboration avec Valérie Munier. Laboratoire LIRDEF, IUFM de Montpellier

Précisons tout d'abord le contexte général dans lequel s'inscrit ce travail. L'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire recouvre deux champs de connaissance : celui des connaissances spatiales et celui de la géométrie proprement dite. Les objectifs fixés à cet enseignement, d'après

les *Instructions officielles* de 2002, sont de "permettre aux élèves d'améliorer leur "vision de l'espace" (repérage, orientation)". Il est dit, en outre, que "les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles, utiles pour résoudre des problèmes dans l'espace ordinaire". On note donc une volonté affichée de développer l'acquisition des connaissances spatiales.

La situation actuelle de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire a été largement étudiée par Berthelot et Salin, qui ont montré que les enseignants ont tendance à sous-estimer la difficulté d'acquisition des connaissances spatiales. Ces chercheurs estiment que l'enseignement de la géométrie se fait la plupart du temps par présentation ostensive des connaissances spatiales et géométriques, c'est-à-dire que l'enseignant donne "tous les éléments et relations constitutifs de la notion visée". Les élèves ne sont donc pas confrontés, contrairement aux directives ministérielles, à des activités de modélisation du monde sensible.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés au concept d'angle, reconnu comme difficile, pour lequel l'approche mathématique classique conduit souvent à des conceptions incomplètes ou erronées : l'angle est souvent considéré comme la donnée de deux segments ayant une extrémité commune et des supports distincts. Il en résulte un certain nombre de difficultés. En particulier les élèves ont du mal à identifier comme égaux deux angles qui ne diffèrent que par la longueur des côtés (figure 1) et à donner du sens à ce concept quand il n'est pas présenté sous sa forme scolaire, donc à reconnaître un angle comme sous-figure d'une autre figure.

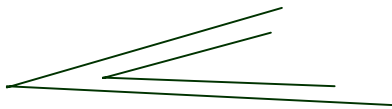


Figure 1

Il existe diverses conceptions de l'angle comme le secteur angulaire ou l'angle de rotation, mais nous avons choisi de nous intéresser à l'angle en tant qu'écartement entre deux demi-droites (ou inclinaison d'une demi-droite par rapport à une direction fixe). De plus, nous introduisons l'angle dans le méso-espace (celui de la cour de récréation) ou le macro-espace, car « si la géométrie ne devait servir qu'à la technologie du micro-espace [celui de la feuille de papier], elle pourrait fort bien se passer de la notion d'angle » (Chevallard et Jullien).

Sur ces bases, nous avons élaboré plusieurs séquences à partir de situations construites pour mettre en jeu la notion d'écartement entre deux directions, de manière à invalider le rôle de la longueur des côtés. Les élèves sont amenés à modéliser la situation vécue dans l'espace physique puis dans l'espace géométrique et à identifier l'angle comme grandeur pertinente de ces situations. Nous présentons succinctement deux de ces séquences et les résultats obtenus.

DE L'OMBRE DU GNOMON A LA HAUTEUR DU SOLEIL

Les élèves sont confrontés à l'observation de la course du Soleil dans le ciel et ils cherchent à repérer sa hauteur soit pour représenter cette course avec précision, soit pour pouvoir effectuer des comparaisons selon les saisons, par exemple. Souvent, l'idée d'observer l'ombre d'un bâton vertical est proposée et les élèves manipulent donc des gnomons au Soleil.

Les premiers schémas montrent une mauvaise compréhension du phénomène de formation des ombres, mais des observations plus précises et des expérimentations supplémentaires en

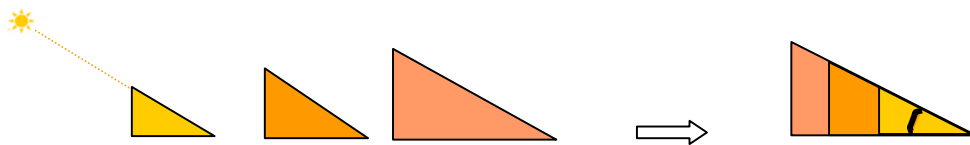
classe, avec des lampes, permettent une modélisation physique correcte du phénomène (figure 2)



Figure 2

Comment identifier la « hauteur du Soleil » à partir d'une telle représentation ? Comme le signale JM. Rolando, cette hauteur est souvent assimilée à une distance et non à un angle. Pour amener les élèves à identifier qu'il s'agit d'un angle, on doit leur faire utiliser des gnomons de différentes tailles à la même heure. Les élèves sont alors conduits à comparer des triangles et à identifier l'invariant, à savoir l'angle entre l'horizontale et la direction des rayons du Soleil : c'est cet angle qu'on appelle la hauteur du Soleil.

Cette activité permet à des élèves ayant déjà étudié les angles de reconnaître cette grandeur dans une situation physique, elle peut également permettre d'introduire ce nouveau concept avant de l'étudier comme être géométrique.



Qu'y a-t-il de commun entre ces triangles ? **l'angle entre l'horizontale et la direction du Soleil**

LE CHAMP VISUEL D'UN OBSERVATEUR DEVANT UN ECRAN

A partir d'une situation déclenchante liée à la sécurité routière, les élèves élaborent un problème "que voit-on quand on est devant un obstacle ?" Ils sont conduits à formuler des hypothèses, dont plusieurs sont erronées (dessins 2 et 3 ci-dessous) :



Dessin 1



Dessin 2

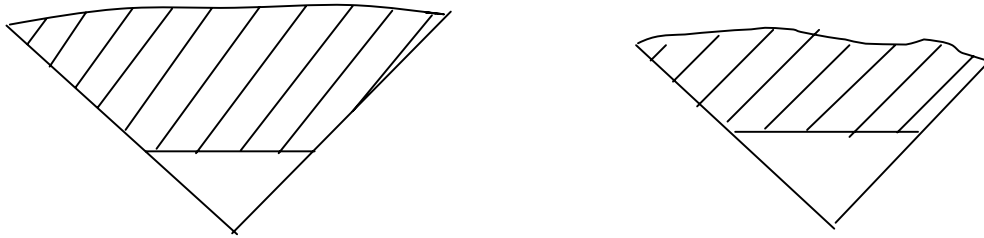


Dessin 3

Une expérimentation dans la cour permet de déterminer les limites de la zone cachée, en positionnant des plots puis en utilisant des cordes tendues qui passent par l'observateur et les

bords de l'écran. Les élèves utilisent des cordes de longueurs différentes et ils concluent que les limites de la zone cachée sont deux demi-droites partant de l'observateur et "qu'on peut prolonger autant qu'on veut". La manipulation est reproduite en déplaçant l'observateur et les élèves observent que les limites s'écartent s'il se rapproche de l'écran, qu'elles se resserrent s'il s'éloigne de cet écran.

Les expériences sont représentées par les enfants et le maître leur demande de comparer les zones cachées lors des deux premières expériences :



Certains élèves sont sensibles à la zone coloriée et pensent que la zone cachée est plus grande sur le dessin de gauche, mais d'autres estiment que les zones cachées sont identiques en se référant à la situation vécue dans la cour. Ils le confirment en superposant les deux figures et en montrant que les limites se superposent. La question est difficile pour les élèves et nécessite un long débat qui aboutit au fait que les zones coloriées sont différentes mais que les zones cachées qu'elles représentent sont les mêmes. L'enseignant demande par quoi est délimitée la zone cachée et introduit le terme d'angle. La conclusion est reformulée en ces termes : si l'observateur se rapproche de l'écran, les demi-droites s'écartent et l'angle est plus grand, s'il s'éloigne de cet écran, les demi-droites se resserrent et l'angle est plus petit.

Le concept d'angle émerge donc comme limitant la zone cachée, puis il est étudié comme être géométrique : les élèves élaborent des techniques et utilisent des outils permettant de reproduire et comparer des angles (gabarit, calque, fausse équerre constituée de deux bandelettes de carton articulées par une attache parisienne).

Les acquis des élèves sont évalués à travers trois types d'épreuves :

épreuve de mathématiques "classique" avec comparaison d'angles dans des figures ou d'angles choisis pour voir si les élèves ont dépassé l'obstacle lié à la longueur des côtés ;

épreuve spécifique de la situation permettant de s'assurer que les élèves ont construit la notion de champ visuel pour un observateur placé devant un écran ;

épreuve de transfert pour voir si les élèves sont capables d'identifier l'angle comme grandeur pertinente dans une situation qu'ils n'ont jamais étudiée.

Les résultats montrent une bonne capacité à accomplir les tâches classiques demandées en mathématiques et une bonne maîtrise de la notion de champ visuel. Certains élèves sont même capables de résoudre les situations de transfert, ce qui dépasse le niveau de maîtrise exigé à l'école élémentaire.

Les situations proposées sont motivantes et elles permettent de donner du sens au concept d'angle **puis** de l'amener comme objet géométrique. Elles confrontent les élèves à des investigations expérimentales et à des activités de modélisation du monde sensible et il apparaît, conformément aux *IO* de 2002, que *"les connaissances proposées sont d'autant mieux assimilées qu'elles sont nées de questions qui se sont posées à l'occasion de manipulations, d'observations, de mesures."*



Luc Trouche
Professeur des universités, INRP

(Résumé)

A la question de la table ronde : « La démarche d'investigation en mathématiques : pour elle-même ? En relation avec les sciences expérimentales ? », on donnera des éléments de réponse autour des idées suivantes :

- des pans entiers des mathématiques (théorie des nombres, statistique) font largement appel à *une démarche d'investigation* ; ce sont ces mathématiques qui occupent une place de plus en plus grande dans les curricula ;
- les environnements informatisés d'apprentissage (logiciels de géométrie dynamique, tableurs, logiciels de calcul formel...) *favorisent* cette démarche ;
- la mise en œuvre de cette démarche est *nécessaire*, d'un point de vue didactique, pour la construction des connaissances mathématiques ;
- cette mise en œuvre apparaît cependant particulièrement *complexe* pour le maître : il s'agit bien de construire, dans l'espace de la classe et le temps des apprentissages, une nouvelle *économie* du travail mathématique ;
- on évoquera quelques expériences montrant que cette mise en œuvre peut être facilitée par certains dispositifs didactiques (pour les élèves et les professeurs) dans lesquels le *travail collaboratif* joue un rôle essentiel ;
- on avancera alors l'idée que le développement d'une démarche expérimentale en mathématiques passe *d'abord* par une interrogation de la discipline elle-même et des milieux d'apprentissage qu'elle organise, *ensuite* par le développement d'interactions fructueuses avec les autres sciences (cf. les exemples des IDD ou des TPE) ;
- on donnera enfin quelques pistes de travail que l'INRP soutient, dans le domaine des mathématiques.

Bibliographie

BACHELARD G. (1938) *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Librairie philosophique Vrin.

BALACHEFF N.. (1987) *Processus de preuve et situations de validation*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 18, pp 147-176. Pays-Bas: Kluwer Academic Publishers.

BROUSSEAU G. (1998) *La théorie des situations didactiques*, La Pensée sauvage

BONAFE F., CHEVALIER A., COMBES M.-C., DEVILLE A., DRAY L., ROBERT J.-P. & SAUTER M. (2002) *Les narrations de recherche, de l'école primaire au lycée*, IREM & APMEP, Montpellier.

LAKATOS I. (1974) *Proofs and refutations*, Cambridge University Press ; traduction française de Nicolas Balacheff et Jean-Marie Laborde, *Preuves et réfutations*, Paris, Hermann 1984, 2004.

TROUCHE L. (1998) *Expérimenter et prouver, faire des mathématiques avec des calculatrices symboliques, 38 variations sur un thème imposé*, IREM, Université Montpellier II.